DSCHANG, Ouest CMR Contacts : (+237) 672004246 / 696382854 E-mail : toumpeolivier2017@gmail.com

Formation de Qualité, Réussite Assurée avec le N°1 du E-learning !

EVALUATION SOMMATIVE DE FIN DU DEUXIEME TRIMESTRE

Classe : Terminale D	Durée : 4heures	Coefficient : 04	Année Scolaire : 2020/2021

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

****

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15.5 POINTS

EXERCICE 1 RECURRENCE ET NOMBRES COMPLEXES 04.5 POINTS

1. On considère le polynômes P défini par $P(Z) = Z^3 + Z^2 - 2$
   1.1. Montrer que 1 est racine de $P(Z)$ 0.25pt
   1.2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(Z) = 0$ 0.75pt
2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $Z_A = 1$; $Z_B = -1 + i$; $Z_C = -1 - i$
   2.1. Construire le triangle ABC 0.25pt
   2.2. Déterminer l'affixe Z_D du point D telle que $ABCD$ soit un parallélogramme 0.5pt
3. Soit R la rotation de centre A et d'angle de mesure $\frac{\pi}{3}$
   3.1. Montrer que l'expression complexe de R est $Z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)Z + \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ 0.75pt
   3.2. Soit M et M' les points affixes respectives $Z = x + iy$ et $Z' = x' + iy'$. Exprimer les coordonnées x' et y' du point M' en fonction de x et y 1pt
4. On considère la suite (z_n) définie par $z_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4}i$ et $\forall\, n \in \mathbb{N}, z_{n+1} = -(\sqrt{3} + i)z_n - 1 + i(1 + \sqrt{3})$.

   Montrer par récurrence que pour tout entier n, $z_n - i = 2^n e^{i\frac{7n\pi}{6}}(z_0 - i)$ 1pt

EXERCICE 2 EQUATIONS, INEQUATIONS ET SUITES 05 POINTS

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$: a) $6 - ln^2x \leq 13lnx$ b) $ln(2x + 8) - ln(3x + 2) = ln(x + 1)$ 1.5pt
2. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $S = \begin{cases} ln(x^2y^2) = 2ln6 \\ e^x = \frac{1}{e^{1+y}} \end{cases}$ 0.75pt
3. On considère la suite (u_n) de nombres réels positifs définie par : $u_0 = e^2$ et $(u_{n+1})^2 \times e = u_n$. On pose pour tout entier naturel n, $v_n = \frac{1+ln(u_n)}{2}$

3.1. Montrer que v_n est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme 0.75pt
3.2. Exprimer v_n en fonction de n 1pt
3.3. En déduire la limite de v_n puis celle de u_n 0.5pt
3.4. On pose $S = v_2 + v_3 + v_4 + \cdots + v_{100}$. Déterminer la valeur exacte de S 0.5pt

EXERCICE 3 FONCTIONS, SUITES ET CALCULS INTEGRALES 06 POINTS

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2e^x - x - 2$. On pose $w(x) = 2(e^x - 1)$ et on définit la suite (u_n) par $u_0 = -2$ et $u_{n+1} = w(u_n)$ pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$.

1. Déterminer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$ 0.5pt
2. Etudier le sens de variations de en g puis dresser son tableau de variations 0.5pt
3.
   3.1. Justifier que l'équation $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions réelles dont l'une est 0 et l'autre est notée α 0.5pt
   3.2. Montrer que $g(x) = 0$ équivaut à $w(x) = x$ 0.25pt
   3.3. Montrer que $-1{,}6 < \alpha < -1{,}59$ 0.5pt
   3.4. Montrer que $w([-2\,;\,-1]) \subset [-2\,;\,-1]$ puis en déduire que $u_n \in [-2\,;\,-1]\ \forall\, n \in \mathbb{N}$ 0.5pt
   3.5. Montrer que $\forall\, x \in [-2\,;\,-1]\,, w'(x) \leq 0{,}8$ 0.25pt
   3.6. Montrer que $\forall\, n \in \mathbb{N}, |u_{n+1} - \alpha| \leq 0{,}8\,|u_n - \alpha|$ 0.25pt
   3.7. En déduire que $\forall\, n \in \mathbb{N}, |u_n - \alpha| \leq (0{,}8)^n$ 0.25pt
   3.8. En déduire que la suite (u_n) converge et déterminer sa limite 0.5pt
   3.9. Déterminer un entier n_0 pour que α_{n_0} soit une valeur approchée à 10^{-3} près 0.5pt
4. Déterminer le signe de $g(x)$ suivant le réel x 0.25pt
5. On pose pour tout réel $\beta \geq -1,\ I_\beta = \int_{-1}^{\beta}(x+1)e^{-2x}dx$. A l'aide d'une intégration par parties, déterminer I_β en fonction de β 0.75pt
6. Soit D_β le domaine du plan délimité par la courbe (C_h), la droite (D) et les droites d'équations $x = -1$ et $x = \beta$
   6.1. Déduire de la question précédente l'aire notée A_β du domaine D_β 0.25pt
   6.2. Déterminer la limite de A_β lorsque β tend vers $+\infty$ 0.25pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 04.5 POINTS

M. NKENGOUNG possède trois terrains qu'il veut absolument clôturer car il lui est rapporté que des personnes mal intentionnées utilisent ces espaces non occupés à des mauvaises fins. M. NKENGOUNG décide donc d'acheter du fil barbelé pour clôturer ses trois terrains. Le rouleau de 5 mètres de fil barbelé est vendu à 3500F. Le premier terrain est formé de l'ensemble de tous les points $M(x, y)$ du plan complexe verifiant $|2iz - 1 - 3i| = 8$; le deuxième terrain quant à lui est de forme rectangulaire et dont les dimensions sont la partie réelle et la partie imaginaire solution de l'équation : $(1+4i)z + (3-4i)\bar{z} = 4 - 8i$ où $\bar{z}$ est le conjugué de z. Le troisième terrain est formé de l'ensemble des points M d'affixe z du plan complexe tel que $R_e(z) = 0$ avec $z = \frac{z}{z+2i}$. N.B : Les distances dans tous ces terrains sont exprimées en décamètre.

Tâches à effectuer :

1- Quel est le montant à dépenser par M. NKENGOUNG pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer entièrement le premier terrain ? 1.5pt

2- Quel est le montant à dépenser par M. NKENGOUNG pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer entièrement le deuxième terrain 1.5pt

3- Quel est le montant à dépenser par M. NKENGOUNG pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer entièrement le troisième terrain ? 1.5pt

Examinateur : M. NKENGOUNG LEONARD
Université de Dschang / Mathématiques

Formation de Qualité, Réussite Assurée avec le N°1 du E-learning !