



EVALUATION SOMMATIVE DE FIN DU TROISIEME TRIMESTRE

<i>Classe : Terminale C</i>	<i>Durée : 4 heures</i>	<i>Coefficient : 07</i>	<i>Année Scolaire : 2020/2021</i>
-----------------------------	-------------------------	-------------------------	-----------------------------------

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EVALUATION DES RESSOURCES 15 points

Exercice 1 : 4pts

n désigne un entier naturel non nul. On considère la fonction f_n définie sur $]0, +\infty[$ par $f_n(x) = x - n - n \frac{\ln x}{x}$. On note (C_n) sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan d'unité sur les axes 2cm.

I. On pose pour tout entier naturel n non nul, g_n la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g_n(x) = x^2 - n + n \ln x$.

- | | |
|--|---------------|
| 1. Etudier les variations de g_n et dresser son tableau de variation | 0.75pt |
| 2. a. Montrer que l'équation $g_n(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha_n \in [3, 4]$ | 0.75pt |
| b. Déduire suivant les valeurs de x , le signe de $g_n(x)$ sur $]0, +\infty[$ | 0.25pt |
| II. 1. Calculer les limites de f_n à droite de 0 et en $+\infty$. | 0.5pt |
| 2. Montrer que pour tout $x > 0$, $f'_n(x) = \frac{g_n(x)}{x^2}$ et en déduire le sens de variation de f_n | 0.5pt |
| 3. a. Montrer que la droite (D_n) d'équation $y = x - n$ est asymptote à (C_n) | 0.25pt |
| b. Etudier la position relative de (C_n) et (D_n) . | 0.5pt |
| c. Calculer l'aire de la portion du plan délimité par la courbe (C_1) , la droite (D_1) , les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$. | 0.5pt |

Exercice 2 : 4pts

I. ABCDEFGH est un cube d'arête 1. L'espace est rapporté au repère orthonormé direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

- | | |
|---|---------------|
| 1. a. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{BD} \wedge \overrightarrow{BG}$ puis en déduire une équation cartésienne du plan (BGD) . | 0.75pt |
| b. Montrer que la droite (EC) est orthogonale au plan (BGD) . | 0.25pt |
| c. Déterminer une équation cartésienne de la sphère (S) de centre C et tangente au plan (BGD) | 0.5pt |
| 2. Soit h l'homothétie de centre E et de rapport $\frac{1}{2}$ | |
| a. Déterminer les coordonnées du point C' image de C par h . | 0.5pt |
| b. Donner une équation cartésienne de (S') image de (S) par h . | 0.5pt |
| II. 1. Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation $12x - 5y = 3$ | 0.75pt |
| 2. Montrer que pour entier naturel n , le nombre $A_n = n^2(n^2 - 1)$ est divisible par 12. | 0.75pt |

Exercice 3 : 4pts

I. s est la similitude du plan complexe qui, à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = (1 + i)z$. (D) est la droite d'équation cartésienne $x = -2$ et (E) est l'ensemble des points $M(z)$ tels que $\left| \frac{z-1-i}{z+\bar{z}+4} \right| = \frac{\sqrt{2}}{4}$. F est le point d'affixe $1 + i$.

- | | |
|---|---------------|
| 1. Déterminer les éléments caractéristiques de s . | 0.5pt |
| 2. On pose $z = x + iy$. Montrer que la distance du point M à la droite (D) est $\frac{1}{2} z + \bar{z} + 4 $ | 0.5pt |
| 3. Montrer que (E) est une ellipse dont on précisera les foyers, l'excentricité et les directrices | 0.75pt |
| 4. Donner la nature de (E') image de (E) par s . On précisera les foyers et l'excentricité. | 0.75pt |

II. Dans l'ensemble des vecteurs de l'espace, on considère l'endomorphisme φ défini par

$$\varphi(\vec{i}) = \varphi(\vec{k}) = \vec{i} - \vec{k} \text{ et } \varphi(\vec{j}) = \vec{j}$$

1. Déterminer $\ker\varphi$ et $\text{Im}\varphi$ désignant respectivement le noyau et l'image de φ . **1pt**

2. Montrer que tout vecteur \vec{u} de l'espace s'écrit comme somme d'un vecteur de $\ker\varphi$ et d'un vecteur de $\text{Im}\varphi$. **0.5pt**

Exercice 4 : 3 pts

I. On considère l'équation différentielle (E) : $y' - 2y = xe^x$

1. Déterminer les réels a et b pour que la fonction u telle que $u(x) = (ax + b)e^x$ soit une solution de (E). **0.5pt**

2. Résoudre l'équation différentielle (E_0) : $y' - 2y = 0$ **0.25pt**

3. a. Montrer qu'une fonction v est solution de (E) si et seulement si $v - u$ est solution de (E_0). **0.5pt**

b. Déduire la solution de (E) qui s'annule en 0. **0.5pt**

II. Le tableau suivant donne le poids y en kg d'un nourrisson x jours après sa naissance.

x_i	5	7	10	14	18	22	26
y_i	3.61	3.7	3.75	3.85	3.9	4.05	4.12

1. Sachant que $\text{cov}(x, y) = 1.239$; calculer le coefficient de corrélation linéaire et justifier un ajustement linéaire pour la série. **0.5pt**

2. a. Déterminer une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. **0.5pt**

b. Estimer le poids d'un nourrisson 30 jours après sa naissance. **0.25pt**

EVALUATION DES COMPETENCES 5pts

Dans le cadre de promotion du tourisme, la communauté de Yaoundé a entrepris la réfection d'une route et la construction d'un musée d'architecture moderne.

- La route est modélisable par une portion de la courbe (Γ) de la fonction numérique f de la variable réelle $x \in [\frac{1}{2}, 2]$ par $f(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$. L'unité de longueur étant le kilomètre (Km). On admet que la longueur de cette route est $L = \int_{\frac{1}{2}}^2 \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$. On estime que 10 mètres de réfection de cette route coûtera 300 000 FCFA.
- Le musée d'architecture moderne sera réalisé sur un terrain rectangulaire dont les dimensions en mètre sont deux entiers naturels a et b vérifiant $\begin{cases} a - b = 22932 \\ \text{ppcm}(a, b) = 98280 \end{cases}$. L'unité de longueur étant le mètre.
- Un espace vert ayant la forme d'un losange $ABCD$ doit y être aménagé. Les points A, B, C et D étant les sommets de l'ellipse dont une équation est $2x^2 + 3y^2 - 12x + 9y + 24 = 0$. L'unité de longueur étant le kilomètre. Dans cet espace, on y sèmera du gazon sur toute la superficie. On estime à 35 000 FCFA le prix d'un mètre-carré de ce gazon.

1. Estimer la dépense à opérer pour refaire entièrement la route. **1.5pt**
2. Déterminer les dimensions du terrain devant abriter le musée architectural **1.5pt**
3. Estimer la dépense pour l'achat du gazon qui doit recouvrir entièrement l'espace vert **1.5pt**

Présentation : **0,5pt**

Examineur : M. SONNA GUIMGO JUNIOR

Professeur des Lycées