	Épreuve de MATHEMATIQUES BACCALAUREAT BLANC Durée : 4H00 Coef : 7	Classe :T^{le}C
	Compétences : Traiter et interpréter des informations comportant une chaine de nombres. Evaluer l'aire d'un domaine. Modeliser un réseau routier sous forme d'un graphe. Estimer des quantités dans les domaines de la vie	

Appréciations de la production : **- Expert (A+)[18-20] - Acquis (A)[15-17] - En cours d'acquisition (EA)[11-14] - Non acquis (NA)[0-10]**	**Notée sur 20**

PARTIE A :EVALUATION DE RESSOURCES 15 points

EXERCICE I 3,25 points

1. On veut étudier l'évolution des records de l'épreuve d'athlétisme du 100 mètres masculin. Pour cela on cherche un ajustement des records pour en prévoir l'évolution. On donne dans le tableau suivant certains records, établis depuis 1900.
   Après étude, on choisit de modéliser la situation par une autre courbe. On effectue les changements de variables suivants : $X = e^{-0,00924x}$ où x désigne le rang de l'année et $Y = lny$ où y désigne le temps record.On obtient le tableau :

$X_i = e^{-0,00924x_i}$	1	0,895	0,824	0,758	0,554	0,464	0,431	0,401
$Y_i = lny_i$	2,380	2,361	2,342	2,332	2,309	2,296	2,288	2,281

   a. Donner une équation de la droite de régression de Y en X obtenue par la méthode des moindres carrés. **0,75 pt**

   b. En déduire que l'on peut modéliser une expression de y en fonction de x sous la forme suivante : $y = exp(ae^{-0,00924x})$ où a et b sont deux réels à déterminer. **0,5 pt**

   c. A l'aide de cet ajustement, quel record peut-on prévoir pour $x = 331$? **0,5 pt**

2. On considère deux variables aléatoires X et Y définies sur $\{1; 2; 3; 4; 5\}$.
   Les lois de probabilité sont données par les tableaux suivants :

x	1	2	3	4	5
p(X=x)	0,1	0,3	0,3	0,2	0,1

y	1	2	3	4	5
p(Y=y)	0,05	a	b	0,15	c

   Déterminer a, b et c pour que X et Y aient la même espérance et même variance. **1,5 pt**

EXERCICE II 3,25 points

Soit $\mathcal{A}$ la matrice $\begin{pmatrix} 9 & 20 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$.

On considère les suites (x_n) et (y_n) définies par :

$x_0 = 1$ et $y_0 = 0$, et pour tout entier naturel n, $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \mathcal{A} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$

1. Pour tout entier naturel n, justifier que : $\begin{cases} x_{n+1} = 9x_n + 20y_n \\ y_{n+1} = 4x_n + 9y_n \end{cases}$ **1 pt**
2. Démontrer par réccurence que, pour tout entier naturel n, (x_n, y_n) est solution de l'équation $x^2 - 5y^2 = 1$. **0,5 pt**
3. a. Déterminer $\mathcal{A}^2$, puis en déduire x_2 et y_2. **1 pt**

   b. Soit p un entier naturel.
   Démontrer que si y_p est un multiple de 9 alors y_{p+2} est aussi multiple de 9. **0,5 pt**

   c. En déduire que y_{2020} est un multiple de 9. **0,25 pt**

EXERCICE III 4,25 points

Dans le plan affine euclidien rapporté au repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$, on donne la droite (D) d'équation : $y = -\sqrt{3}x + 2$.

1. Justifier que l'expression analytique de la symétrie orthogonale S_D d'axe (D) est :
$$\begin{cases} x' = -\dfrac{1}{2}x - \dfrac{\sqrt{3}}{2}y + \dfrac{\sqrt{3}}{4}, \\ y' = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}y + \dfrac{1}{4} \end{cases}.$$ **0,5 pt**

2. Soit S la similitude de centre $A(0;2)$, d'angle $\frac{\pi}{3}$ et de rapport $\sqrt{3}$.
   a. Soit M le point d'affixe $z = x + iy$ tel que $S(M) = M'$ d'affixe $z' = x' + iy'$. Exprimer z' en fonction de z. **1 pt**
   b. En déduire l'expression analytique de S dans le repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$. **0,5 pt**
3. Soit T l'application affine définie par : $T = S \circ S_D$.
   a. Montrer que l'application affine T a pour expression analytique :
   $$\begin{cases} x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{3}{2}y + 3 \\ y' = -\frac{3}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + \sqrt{3} + 2 \end{cases}$$
   b. A-t-on $S \circ S_D = S_D \circ S$? **0,25 pt**
4. Montrer que $T = S_D \circ h_{(A,\sqrt{3})} = h_{(A,\sqrt{3})} \circ S_{D'}$, où $S_{D'}$ est la symetrie orthogonale d'axe (D') à déterminer et $h_{(A,\sqrt{3})}$ l'homothetie de centre A et de rapport $\sqrt{3}$.
   On verifiera que le point A appartient à (D) **0,75 pt**
5. Donner la nature de T tout en précisant ses éléments caractéristiques. **0,75 pt**

EXERCICE IV **4,25 points**

I. On se propose de résoudre sur $\mathbb{R}$ l'equation différentielle : $(E) : y' - 2y = 2(e^{2x} - 1)$
   1. Montrer que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 2xe^{2x} + 1$ est solution de l'équation différentielle (E). **0,25 pt**
   2. On pose $y = z + h$. Montrer que y est solution de (E) si et seulement si z est solution de l'équation diffťerentielle $z' - 2z = 0$. Résoudre cette dernière équation différentielle et en déduire les solutions de (E). **0,75 pt**
   3. Démontrer qu'il existe une solution et une seule de (E) s'annulant en 0. Elle sera appelée g. **0,5 pt**

II. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (2x - 1)e^{2x} + 1$
   1. Déterminer le sens de variation de g. Présenter son tableau de variation. En déduire le signe de g sur $\mathbb{R}$. **1,5 pt**
   2. a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $1 - g(x) \geq 0$. **0,5 pt**
      b. Calculer l'intégrale $I_n = \int_0^{\frac{1}{2}} [1 - g(x)]dx$. **0,5 pt**
      c. Interpréter graphiquement les résultats des questions (a) et (b). **0,25 pt**

PARTIE B : EVALUATION DE COMPÉTENCES **5 points**

Sur fond de pandemie, Steyvie decide d'orgniser un incroyable anniversaire dans une ville balneaire. Dans cette ville, la maladie a atteint 3% de la population. Un test de depistage donne les résultats suivants :

• Chez les individus malades, 95% des tests sont positifs et 5% négatifs.
• Chez les individus non malades, 1% sont positifs et 99% négatifs.

Avec ses économies elle voudrait passer une commande de 400 t-shirts à floquer avec un logo d'épaisseur negligeable chez un serigraphe. Le logo répresente dans un plan muni d'un repère orthormé d'unité graphique 1 cm, le domaine délimité par les droites d'équations respectives $x = 0$, $x = \pi$ et les courbes representatives des fonctions f et g définies par $f(x) = e^{-x}(-cosx + sinx)$ et $g(x) = -e^{-x}cosx$. Le cm^2 de matière utilisée pour le logo de ce serigraphe revient à 150 Fcfa.
Un patissier de la place lui propose la confection d'un somptueux gâteau d'anniversaire dont la forme géometrique peut être définie par : $FF' = 3$ et $MF + MF' = 5$

1. Pour un individu choisi au hasard, le vaccin est-il efficace ? **1,5 pt**
2. Quelle somme devra-elle deboursée pour le flocage des t-shirts ? **1,5 pt**
3. Représenter la forme de ce gâteau dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$. **1,5 pt**

Présentation : 0,5 point