PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3,25 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère le plan ($\mathscr{P}$) d'équation cartésienne $2x-y-z-3=0$. S est la réflexion de plan ($\mathscr{P}$) ; ($\mathscr{D}$) est la droite de repère $\left(A,\vec{u}\right)$ où $A(1;2;3)$ et $\vec{u}=-2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$.

1. Démontre que la droite ($\mathscr{D}$) et le plan ($\mathscr{P}$) sont perpendiculaires. **0,5pt**
2. Donne l'expression analytique de S. **1pt**
3. Détermine les coordonnées du point H, intersection de ($\mathscr{P}$) et ($\mathscr{D}$). **0,5pt**
4. Donne par son équation l'ensemble $\mathscr{S}$ des points M de l'espace tels que $\dfrac{MA}{MH}=\sqrt{3}$. **0,75pt**
5. Donne la nature de $\mathscr{S}$ et détermine ses éléments caractéristiques. **0,5pt**

EXERCICE 2 : (3 points)

Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher dont deux portent le numéro -1, deux portent le numéro 1 et une porte le numéro 0. On tire successivement sans remise deux boules de l'urne. On désigne par X la variable aléatoire égale à $|a+b|$ où a désigne le numéro de la première boule tirée et b celui de la deuxième boule tirée.

1. Calcule la probabilité pour que :
   (a) La conique $H_{a,b}$ d'équation $2ax^2+(-1)^b y^2=1$ soit une hyperbole. **0,5pt**
   (b) L'équation différentielle $E_{a,b}: y''+ay'+by=0$ ait pour solution $f: x\mapsto (Ax+B)e^x$. **0,5pt**
   (c) Les plans $(P): x+ay+bz+3=0$ et $(Q): ax+by+z+3=0$ soient parallèles. **0,5pt**
2. Détermine la loi de probabilité de X, puis calcule $E(X)$ et $V(X)$. **1,5pt**

EXERCICE 3 : (2,25 points)

Le plan est rapporté au repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. On considère les points $F(0;4)$ et $D\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. On note (Δ) la droite passant par D et parallèle à l'axe des abscisses ; (Γ) la conique dont les points M vérifient : $\dfrac{d(M,F)}{d(M,(\Delta))}=2$. φ est la similitude directe plane de centre O, de rapport 2 et d'angle dont une mesure est $\dfrac{\pi}{2}$. (Σ) est l'image de (Γ) par φ.

1. Précise la nature de (Γ) et détermine son excentricité, un de ses foyers et la directrice associée à ce foyer. **0,75pt**
2. Détermine une équation de (Γ) dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. **0,75pt**
3. **(a)** Donne l'écriture complexe de φ. **0,25pt**
   (b) Donne la nature exacte de (Σ) et précise son excentricité. **0,5pt**

EXERCICE 4 : (6,5 points)

A) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(2x+1)e^{-2x}$. On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. (unité graphique : 2 cm). Soit $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$.

1. Etudie les variations de f. **0,75pt**

2. Détermine une équation de la tangente (T) à $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse $\frac{1}{2}$. **0,25pt**

3. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=f(x)-\left(-\frac{2}{e}x+\frac{3}{e}\right)$.

(a) Détermine $g'(x)$ et $g''(x)$. **0,5pt**

(b) Détermine le signe de $g(x)$ et déduis-en la position relative de $\mathscr{C}$ et (T). **1pt**

(c) Trace la tangente (T) et la courbe $\mathscr{C}$. **0,75pt**

4. Calcule l'aire $\mathscr{A}(\lambda)$ du domaine $\mathscr{D}=\{M(x,y)/-0,5\le x\le\lambda, 0\le y\le f(x)\}$. **0,75pt**

5. Vérifie que $H:x\mapsto\left(-x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{8}\right)e^{-4x}$ est une primitive de $h:x\mapsto(2x+1)^2e^{-4x}$ sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

6. Calcule le volume $\mathscr{V}$ du solide de révolution engendré par la rotation du domaine $\mathscr{D}$ autour de l'axe des abscisses pour $\lambda=\frac{1}{2}$. **0,5pt**

B) Dans l'espace vectoriel E, on considère l'endomorphisme φ défini par :
$\varphi(\vec{i})=\varphi(\vec{k})=\vec{i}-\vec{k}$ et $\varphi(\vec{j})=\vec{j}$.

1. Détermine $\ker\varphi$ et en donne une base. **0,5pt**

2. Détermine $\operatorname{Im}\varphi$, puis détermine une base de $\operatorname{Im}\varphi$. **0,5pt**

3. Montre que tout vecteur de l'espace s'écrit de manière unique comme somme d'un vecteur de $\ker\varphi$ et d'un vecteur de $\operatorname{Im}\varphi$. **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

M. ATANGANA est Comptable dans une société de micro finance. Il a un chantier qui n'est malheureusement pas desservi par une voie d'accès que peut emprunter un engin à moteur. Il achète le sable et le verse chez son voisin situé à une centaine de mètres du chantier. Ce sable livré par une société et acheté à raison de 9.000 **FCFA** le mètre cube est contenu dans un bac plein de forme parallélépipédique de dimensions $2m \times 0,1a\ m \times 0,2b\ m$ où a et b sont des entiers naturels qui vérifient en mètres (m) le système : $\begin{cases} a<b \\ a^2+b^2=4625 \\ PPCM(a;b)=440 \end{cases}$

Ce sable devra être transporté en 200 tours dans des seaux identiques et pleins par un groupe de garçons et de filles du quartier. Les garçons vont effectuer 9 tours et les filles 7 tours. Pour les motiver, il leur propose un taux forfaitaire de 1.500 **FCFA** par enfant et souhaite qu'il y ait plus de garçons que de filles pour accélérer le transport du sable.

A côté du chantier, **M. ATANGANA** veut entourer avec un minimum de plants d'arbres fruitiers son champ situé sur un terrain triangulaire de côtés $132m, 156m$ et $204m.$ Les plants d'arbres fruitiers seront régulièrement espacés et la distance entre deux plants d'arbres fruitiers est exprimée en un nombre entier de mètres. De plus, il y aura un plant d'arbre fruitier à chaque sommet du champ. Un plant d'arbre fruitier coûte 1250 **FCFA** à la maison du planteur.

Tâches :

1. Détermine le montant nécessaire à prévoir par **M. ATANGANA** pour l'achat du sable. **1,5pt**
2. Détermine le montant nécessaire à prévoir par **M. ATANGANA** pour satisfaire tous les transporteurs de son sable. **1,5pt**
3. Détermine le montant nécessaire à prévoir par **M. ATANGANA** pour entourer son champ de plants d'arbres fruitiers. **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt