

EXERCICE 4 : 5.5points

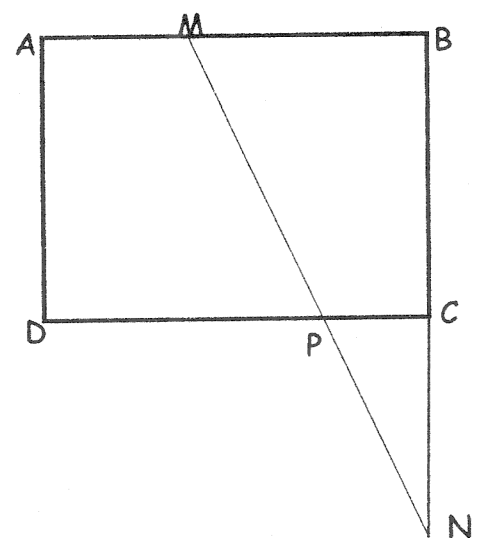
Soit J un point du plan euclidien orienté P . $C(J ; r)$ le cercle de centre J et de rayon r . On considère le carré $ABCD$ inscrit dans le cercle $C(J ; r)$ telle que $mes(\widehat{AB; AD}) = \frac{\pi}{2}$. Un point M du plan a pour image M_1 par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et M_2 par la rotation R' de centre C et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

1. Réaliser une figure. 0,5pt
2. Montrer que D est le milieu de $[M_1M_2]$. (On déterminera $(\overrightarrow{DM_1}; \overrightarrow{DM_2})$). 1pt
3. Un point N a pour image N_2 par la transformation $R' \circ R$.
 - a) Construire l'image de C par $R' \circ R$; 0,5pt
 - b) En déduire que $\overrightarrow{NN_2} = 2\overrightarrow{BC}$. 0,5pt
4. On donne $J(-3 ; -2)$, $A(0 ; -2)$ dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .
 - a) Déterminer une équation cartésienne de $C(J ; r)$ dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . 0,5pt
 - b) Déterminer les coordonnées des points B, C et D . 0,5pt
 - c) Déterminer une équation de la tangente (T) en A à $C(J, r)$. 0,5pt
 - d) Soient $L(4 ; 2)$; (C') le cercle de diamètre $[AL]$
Donner une équation de (C') . 0,5pt
 - e) Vérifier que (T) est tangente à (C') en A . 0,5pt
 - f) En déduire que les points J, A et J' sont alignés. 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 4,5points

Une terre cultivable a la forme d'un carré de côté 1 Km , On tend une ficelle du point M au point N . M étant un poteau fixé sur le côté $[AB]$ a une distance x de A , et N un poteau sur la demi-droite d'origine C et ne contenant pas B . Le propriétaire place le poteau en N tel que $CN=AM$. La ficelle ainsi tendue est soutenue par un poteau en P . On cultive effectivement sur le domaine $AMPD$.

1. Aider le propriétaire à trouver que la distance des poteaux P à C est $PC = \frac{x-x^2}{1+x}$. 1.5pt
2. Où doit placer le poteau M pour que la distance PC soit maximale ? 1.5pt
3. Quelle est l'aire cultivée si $AM = \sqrt{2} - 1$? 1.5pt



2/2