COLLEGE DE LA RETRAITE
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

Année Scolaire 2020 - 2021
Examen : Probatoire Blanc N°1 série
Durée :03h Coeff :06

EPREUVE DE MATHEMATIQUES.

L'épreuve comporte deux parties indépendantes reparties sur deux pages. La qualité de la copie, la rigueur du raisonnement seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES 15 points

EXERCICE I : 3 points

A/ Pour chaque question ci-dessous répondre par vrai ou faux, donner une preuve ou un contre exemple.

1. La fonction $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto 2x+1$ est une bijection. 1pt
2. L'ensemble de définition de la fonction $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{x-E(x)}$ est $\mathbb{Z}$. 1pt
3. La bijection réciproque de la fonction $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x^2$ est la fonction $g:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{x}$. 1pt

EXERCICE II : 7 points

A. Dans le plan orienté, $ABCD$ est un quadrilatère inscrit dans un cercle dont les diagonales se coupent en un point I, tel que $mes\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BD}\right)=\frac{\pi}{2}$. J est le milieu de $[CD]$. (IJ) coupe (AB) en H. On pose $\theta = mes\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$.

1. Faire une figure. 0,75pt
2. Montrer que $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{IJ}\right)=\theta+\left(\overrightarrow{IC};\overrightarrow{IJ}\right)+2k\pi$ où k est un entier relatif. 0,75pt
3. a) Exprimer $\left(\overrightarrow{DI};\overrightarrow{DJ}\right)$ en fonction de θ. 0,5pt
   b) Montrer que le triangle DIJ est isocèle. 0,75pt
   c) En déduire $\left(\overrightarrow{IC};\overrightarrow{IJ}\right)$ en fonction de θ. 0,5pt
4. Justifier la position relative des droites (AB) et (IJ) . 0,5pt

B. 1.a) Exprimer $tan(2x)$ en fonction de $tan(x)$. 0,5pt

b) Montrer que $tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$ est solution de l'équation $(E): x^2+2x-1=0$. 0,75pt

c) En déduire la valeur exacte de $tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$. 0,5pt

2.a) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$, l'équation $(E'): \left(\sqrt{2}-1\right)\cos(2x)+\sin(2x)=1$. 0,75pt

b) Placer les points images des solutions de (E') sur le cercle trigonométrique. 0,75pt

EXERCICE III : 3 points

Soient ABC un triangle rectangle en A de centre de gravité G et A' le milieu du segment $[BC]$. On pose $BC = a$.

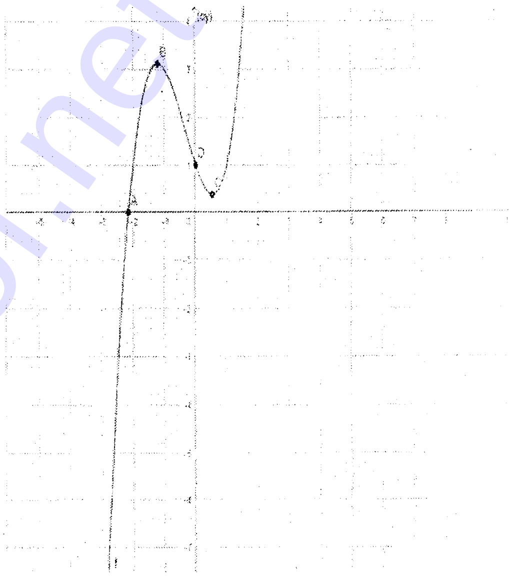
1. Exprimer $4\overrightarrow{GA}.\overrightarrow{AA'}$ en fonction de a. 1pt
2. Exprimer $GB^2 + GC^2$ en fonction de a. En déduire que $GA^2 + GB^2 + GC^2 = \frac{2}{3}a^2$. 1pt
3. Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{3}{4}a^2$. 1pt

EXERCICE IV : 2 points

La courbe (C_f) d'une fonction f est représentée ci-dessous.

1. Déterminer les solutions réelles de l'équation $f(x) = 1$ **0,5pt**
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) > 0$. **0,5pt**

3. Reproduire la courbe (C_f) puis construire la courbe de la fonction g définie par $g(x) = |f(x)|$. **1pt**



Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES 5 points

Situation :

Monsieur Jack est un éleveur. Il dispose d'un champ de forme le rectangle $ABCD$ inscrit dans un cercle de centre O et de rayon $5cm$. I est le milieu de $[AB]$ et x est une mesure en radians l'angle $\widehat{AOI}$. Il entoure d'une rangée de fil barbelé son champ.

<u>Tâches</u>

Tâche 1 : Montrer que l'aire de ce champ est $(x) = 50\sin(2x)$, avec $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. 1.5pt

Tâche 2 : Pour quelle valeur de x l'aire de champs représente 60% de l'aire du disque. 1.5pt

Tâche 3 : Quelle longueur de fil sera nécessaire pour entourer ce champs si $x = \frac{\pi}{4}$ 1.5pt

Présentation : 0,5 pt