COLLEGE DE LA RETRAITE DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES NIVEAU: TERMINALE D/TI	Année scolaire: 2020/2021 Durée: 4h COEF: 4

EXAMEN BLANC NUMERO 1

L'épreuve comporte trois exercices d'évaluation des réssources et un problème d'intégration portés sur deux pages.

PARTIE A: Evaluation des ressources 15 points

Exercice 1: 5,5 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. La transformation plane f a pour écriture complexe z' = (1-3i) z + 3 +6i. On donne les points A (1-i) et B (7+4i).

1-Déterminer l'affixe du point :

a) C = f(A) **1 pt**

b) D antécédent par f de B. **1pt**

2-Donner le rapport et l'affixe w du centre Ω de la similitude f. **1,5pt**

3- a) Montrer que pour tout nombre complexe **z** on a : z' –z=–3i (z-2+i). **0,5pt**

b) En déduire $\frac{MM'}{\Omega M}$ et une mesure de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{MM'}})$. **1pt**

c) En déduire une construction de M' image de M par f. **0,5pt**

Exercice 2: 4,5 points

I) On donne la fonction numérique *h* de variable réelle x définie par: $\begin{cases} h(x) = \frac{x^2-1}{x+2}, \text{si } x \leq 0, \\ h(x) = 2x^2 - \frac{1}{2}, \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

1) Déterminer *Dh* le domaine de définition de h. **0,25pt**
2) Etudier la continuité et la dérivabilité de *h* en 0. Puis écrire une équation cartésienne de la demi-tangente à la courbe de *h* à droite en 0. **1,25pt**

II) On donne la fonction polynôme *g* de variable réelle *x* définie par: $g(x) = x^3 - 3x-4$

1) Etudier les variations de *g* et dresser son tableau de variations. **1,5pt**

2- a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α appartenant à l'intervalle [2;3]. **0,5pt**

b) Déterminer un encadrement de α par deux nombres décimaux consécutif d'ordre 1. **0,5pt**

3) Montrer que $g(x) < 0$ *si et seulement si x est dans* $]-\infty, \alpha[$. **0,5pt**

Exercice 3: 5 points

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1,1\}$ par $f(x)=\frac{x^3+2x^2}{x^2-1}$. On note Cf sa courbe représentative dans un repère orthonormal du plan.

1) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition et en déduire les équations des asymptotes verticales à Cf. **1,5pt**

2) 2-a) Montrer que la dérivé f^0 de f est définie par $f'(x)=\frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$. **0,5pt**

b) En déduire alors le sens de variation de f. **0,5pt**

3) Dresser tableau de variations de f. **0,5pt**

4-a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{-1,1\}$, on a $f(x)=x+2+\frac{x+2}{x^2-1}$. **0,5pt**

b) Montrer que la droite (d) : y = x + 2 est asymptote oblique à Cf. **0,5pt**

c) Etudier les positions relatives de Cf et (d). **0,5pt**

5) Déterminer les abscisses des points de Cf où la tangente est parallèle à (d). **0,5pt**

PARTIE B: Evaluation des compétences 5 points

Un laboratoire s'intéresse à analyser l'expansion d'une maladie virale au sein d'une population dans une ville. Ses agents ont ciblé un quartier pilote qu'ils ont cartographié et repéré en modèle complexe par les points GPS E(-1+i), F(4+i), G(2+4i) et H(-1+4i) d'unité 1km. La densité de population est de 500 habitants par km^2. 70%√de la population est jeune et 30% moins jeune. Le laboratoire modélise par $f(t)=-t^2+1000t$ le nombre estimé d'individus infectés en fonction du temps(en jours) par le virus. Par ailleurs une prise en charge adéquate des infectés nécessite d'un médecin pour 10 jeunes infectés contre 1 pour 5 moins jeunes infectés. Et l'on en dispose que de 52 médecins pour ce quartier.

Tâches:

1) Déterminer les nombres d'habitants jeunes et moins jeunes ciblés pour cette analyse. **1,5pt**

2) Déterminer après combien de jours la population cible subit le pique de l'infection(le maximum d'individus infectés est observé) puis les nombres de jeunes et de moins jeunes infectés ce jour-là. **1,5pt**

3) Déterminer la période pendant laquelle l'inadéquation entre le nombre de médecins disponibles et le nombre d'infectés est observée. **1,5pt**

Présentation: **0,5pt**