

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Exercice 1 : (3,75 points)

L'unité étant le centimètre, A, B et C sont trois points du plan tels que $AB=AC=2$ et $BC=2\sqrt{2}$. On note I le milieu du segment [BC].

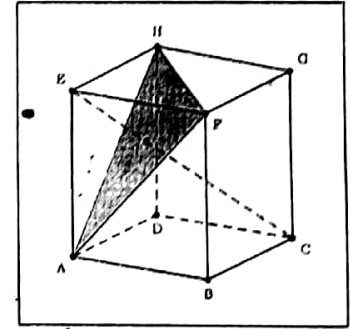
- 1-a) Donner la nature exacte du triangle ABC et construire ce triangle. 0,5 pt
 b) Construire le point J barycentre des points pondérés (A, 1) et (I, 2). 0,5 pt
 c) En déduire que J est le centre de gravité du triangle ABC. 0,5 pt
- 2- On considère l'ensemble (T) des points M du plan tels que $AM^2 + BM^2 + CM^2 = 8$.
- a) Montrer que pour tout point M du plan,
 $BM^2 + CM^2 = 2IM^2 + 4$ et $AM^2 + 2IM^2 = 3JM^2 + \frac{4}{3}$. 1 pt
- b) En déduire que pour tout point M du plan, on a :
 $AM^2 + BM^2 + CM^2 = 3JM^2 + \frac{16}{3}$ 0,5 pt
- c) En déduire la nature et la construction de l'ensemble (T). 0,75 pt

Exercice 2 : (3 points)

Soit le cube ABCDEFGH représenté par la figure ci-contre. L'espace est orienté par le repère orthonormal direct

$(D, \vec{DA}, \vec{DC}, \vec{DH})$ et on note (P) le plan (AFH).

- 1) Déterminer les coordonnées des points E et F. 0,5 pt
 2) Démontrer que la droite (EC) est orthogonale au plan (P). 0,5 pt
 3) Démontrer qu'une équation cartésienne du plan (P) est :
 $x - y + z - 1 = 0$. 0,5 pt
- 4) Soit I le projeté orthogonal de E sur le plan (P). Déterminer les coordonnées du point I et en déduire la distance de E à (P). 0,75 pt
- 5) (S) est l'ensemble des points M de l'espace dont les coordonnées (x, y, z) vérifie l'équation :
 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 2 = 0$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $(S) \cap (P)$. 0,75 pt



Exercice 3 : (5 points)

I) Monsieur BILOUNGA a 4 enfants qui fréquentent un lycée de la place, et parmi eux x font la série C et y font la série D ($x \geq 1$ et $y \geq 1$). On choisit au hasard et simultanément deux enfants parmi les 4. Soit P(x) le nombre de possibilités pour qu'ils fassent la même série. Montrer que $P(x) = x^2 - 4x + 6$. 1 pt

- II) La fonction f de la variable réelle x est définie sur $D_f =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 2}{x - 2}$.
 (C_f) désigne la courbe de f dans un repère orthonomé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan.
- 1-a) Calculer les limites de f aux bornes de D_f . 0,5 pt
 b) Montrer que $\forall x \in D_f, f'(x) = \frac{P(x)}{(x-2)^2}$. 0,5 pt
 c) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $P(x) > 0$. 0,5 pt
 d) En déduire le tableau des variations de f. 0,5 pt
- 2) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à (C_f). 0,25 pt
- 3) Tracer (C_f) et (D). 0,75 pt

- 4) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $g(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x}$.
- a) Montrer que la courbe de g est l'image de la courbe de f par la translation de vecteur $-2\vec{i} - 2\vec{j}$. **0,5 pt**
- b) En déduire la représentation graphique de la courbe de g . **0,5 pt**

Exercice 4 : (3,25 points)

E est un plan vectoriel dont une base est $B = (\vec{i}, \vec{j})$. Soit f l'endomorphisme de E défini par $f(\vec{i}) = \cos 2a\vec{i} + \sin 2a\vec{j}$ et $f(\vec{j}) = \sin 2a\vec{i} + \cos 2a\vec{j}$ où a est un réel appartenant à l'intervalle $]-\pi; \pi]$.

- I-1) Déterminer la matrice A de f dans la base B . **0,25 pt**
- 2) Déterminer les valeurs de a pour lesquelles f n'est pas un automorphisme de E . **1 pt**
- II) Dans la suite de l'exercice on donne $a = \frac{3\pi}{8}$.
- 1) Montrer que $\ker f$ est une droite vectorielle dont une base est $\vec{e}_1 = \sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j}$. **0,75 pt**
- 2) Montrer que l'ensemble G des vecteurs \vec{u} de E tels que $f(\vec{u}) = -\sqrt{2}\vec{u}$ est une droite vectorielle dont une base est $\vec{e}_2 = \vec{i} - \vec{j}$. **0,75 pt**
- 3) Soit $B' = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.
- a) Montrer que B' est une base de E . **0,25 pt**
- b) Déterminer la matrice A' de f dans la base B' . **0,25 pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)

Situation :

Pour assister à une finale de la coupe du Cameroun, un groupe de supporters veut quitter leur localité pour se rendre à Yaoundé. Il décide de réserver des bus dans une agence de voyage. Les clauses de la négociation sont les suivantes :

- Si le groupe est seul, il paye 1 200 000 FCFA.
- S'il y a 120 supporters de plus, le groupe et les supporters paieront 1 260 000 FCFA à raison d'une réduction de 1000 FCFA par billet.

Pendant la longue attente un groupe de 120 supporters en plus s'amène parmi lesquels M. FOU DA fanatique de football qui voudrait bien y aller et n'a réservé que 1500 FCFA pour son transport. Ce même jour M. FOU DA a remis une somme de 2000 FCFA à sa fille ATEBA pour une excursion qu'organise sa classe dont la charge s'élève à 57600 FCFA à payer équitablement par tous les élèves. Au dernier moment, deux élèves, pour cause de maladie ne peuvent participer à cette excursion. Les autres élèves sont alors obligés d'apporter une contribution supplémentaire de 120 FCFA. ATEBA, au regard de cette situation est inquiète et n'est pas sûr si le montant dont elle dispose pourrait lui permettre d'y prendre part.

Par ailleurs, M. Atangana frère aîné de M.FOU DA avant son décès, avait un terrain dans un village dont le mètre carré coûtait 5 000 F. Après deux hausses successives de même taux sur le prix initial, le mètre carré est vendu à 7 200 F. Cependant M. Fouda ignore le taux des différentes hausses. M.Fouda se souvient qu'avant le décès de M. Atangana, ce dernier avait vendu une parcelle de 100 m² juste après la première hausse. Le fruit de cette vente a entièrement servi au paiement de l'avance de la pension de ses deux enfants qui sont dans un Institut Supérieur où la totalité de leurs pensions s'élève à un million de francs. M.Fouda voudrait bien connaître ce montant afin de voir dans quelle mesure il pourra payer le reste des pensions surtout que ces deux enfants ne sont pas près de lui pour le renseigner.

Tâches :

- 1) La somme dont dispose M. FOU DA lui permettra-t-elle de se déplacer afin d'assister à cette coupe du Cameroun ? **1,5 pt**
- 2) Le montant dont dispose ATEBA lui permettra-t-il de prendre part à cette excursion ? **1,5 pt**
- 3) Quel montant M.Fouda pourra t-il payer pour solder la pension de ses deux neveux ? **1,5 pt**

PRESENTATION :

0,5 pt