Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun
Academic College of Excellence

Examen : Baccalauréat blanc
Session : Juin 2020
Séries : D/TI
épreuve : Mathématiques
Durée : 4h Coef :4

L'épreuve comporte deux exercices et un problème étalés sur deux pages numérotées de 1 à 2.

Exercice 1 **[5 Points]**

On considère l'équation $(E) : iz^3 + (3+3i)z^2 + (15+12i)z - 42 - 44i = 0$.

1. Justifier que (E) admet une solution réelle z_0. **[1pt]**
2. Déterminer trois nombres complexes $a; b$ et c pour que $(E) \Leftrightarrow (z - z_0)(az^2 + bz + c) = 0$. **[0,5pt]**
3. Déterminer les racines carrées de $72 - 54i$. **[0,5pt]**
4. Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations $iz^2 + (3+5i)z + 21 + 22i = 0$ et (E). **[0,5ptX2=1pt]**
5. On considère les points $A(-4-3i); B(2); C(-1+6i)$ et $D(-4+6i)$ dans le plan complexe muni d'un repère orthonornmé direct $(0; \vec{u}; \vec{v})$.
   a) Justifier la nature du triangle ABC. **[1pt]**
   b) Démontrer ques les points $A; B; C$ et D sont cocycliques et illustrer cette cocyclicité sur une figure. **[1pt]**

Exercice 2 **[4 Points]**

On considère l'application f du plan dans lui-même dont l'expression analytique est $\begin{cases} x' = 3x + y\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\ y' = -x\sqrt{3} + 3y + 4 \end{cases}$

1. Justifier que l'écriture complexe de f est $z' = (3 - i\sqrt{3})z + 2\sqrt{3} + 4i$. **[1pt]**
2. Chercher la nature et les éléments caractéristiques de f. **[1pt]**
3. Soit (Γ) l'ensemble des points $M(z)$ tels que : $\dfrac{z-4-2i}{z+2+i}$ soit imaginaire pur.
   a) Déterminer une équation de (Γ). **[1pt]**
   b) Déduire une équation de (Γ'), image de (Γ) par f. **[1pt]**

PROBLEME **[11 Points]**

PARTIE A : **[3,5 Points]**

On considère les équations différentielles $(E) : y'' + 2y' + y = x - 1$ et $(E') : y'' + 2y' + y = 0$.

1. Résoudre (E') **[0,5pt]**

2. Déterminer un polynôme P de degré un qui est solution de (E). **[0,75pt]**

3. Soit g une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$

   a) Démontrer que g est solution de (E) si et seulement si $g - P$ est solution de (E'). **[0,75pt]**

   b) Déterminer la solution générale de (E) puis celle qui admet en $A(1;1)$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses. **[0,5pt+1pt=1,5pt]**

<u>PARTIE B :</u> [5,5 Points]

On considère la fonction f définie par $f(x) = (2x+1)e^{1-x} + x - 3$.

1. Calculer $f''(x)$, dresser le tableau de variations de f' et démontrer que $(\mathcal{C}_f)$ admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées. **[0,5ptX3=1,5pt]**
2. Démontrer que l'équation $f'(x) = 0$ admet deux solutions parmi lesquelles 1 et l'autre notée α vérifie $2,25 < \alpha < 2,26$ **[1pt]**
3. Jrustifier que $f(\alpha) = \frac{2}{2\alpha - 1} + \alpha - 2$ et que $0,81 < f(\alpha) < 0,83$ puis, dresser le tableau de variations de f. **[2pts]**
4. Tracer $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère orthonormé en prenant $2cm$ comme unité sur les axes. **[1pt]**

<u>PARTIE C :</u> [2 Points]

On pose pour tout entier naturel non nul n, $I_n = \int_0^n (2x+1)e^{1-x}dx$.

1. En utilisant une intégration par parties ou en remarquant que f est une solution de l'équation différentielle (E), calculer I_n en fonction de n. **[1 pt]**
2. Calculer la limite de la suite (I_n). **[0,5pt]**
3. Interpréter graphiquement ce résultat. **[0,5pt]**

Examinateur : NGUEFO Amour , *PLEG mathématiques*