

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (4,5 points)

Voici le tableau de variations d'une fonction numérique f d'une variable réelle x définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$. On désigne par \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f(x)$	+	-		-	+
f		$\nearrow -1$ $\searrow -\infty$		$\searrow +\infty$ $\nearrow 3$	

- (a) Détermine les limites de f aux bornes de D_f . **1pt**

(b) Donne une équation d'une asymptote (\mathcal{D}) à \mathcal{C} . **0,25pt**
- On suppose que pour tout réel x distinct de 1, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$.

(a) Montre que $a = 1, b = -1$ et $c = 1$. **0,75pt**

(b) Montre que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à la courbe \mathcal{C} . **0,5pt**

(c) Montre que le point $\Omega(1;1)$ est centre de symétrie de \mathcal{C} . **0,5pt**
- Construis \mathcal{C} , (\mathcal{D}) et (Δ) . **0,75pt**
- Construis dans le repère précédent la courbe \mathcal{C}' de la fonction $g : x \mapsto f(x-1) + 1$. **0,75pt**

EXERCICE 2 : (3,5 points)

Le 1^{er} janvier 2020, la population d'une ville d'un pays Africain était de 600.000 habitants. On pose $U_0 = 600.000$ et on désigne par U_n la population de cette ville au 1^{er} janvier $(2020 + n)$, n étant un entier naturel quelconque. Une étude statistique a montré que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = 1,2U_n + 5000$.

- Calcule U_1 et U_2 . Que représentent U_1 et U_2 ? **1pt**
- On pose pour tout entier naturel $n, V_n = U_n + 25000$.

(a) Montre que pour tout $n \in \mathbb{N}, V_{n+1} = 1,2V_n$. **0,5pt**

(b) Donne la nature de la suite (V_n) , son premier terme et sa raison. **0,75pt**

(c) Exprime V_n , puis U_n en fonction de n . **0,5pt**

(d) Donne une estimation de la population de cette ville au 1^{er} Janvier 2028. **0,75pt**

EXERCICE 3 : (4,25 points)

- A) 1. Sachant que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$, calcule les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$. **1pt**
2. On se propose de résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'équation (E) suivante :
- $$4 \cos^2 2x - 2\sqrt{6} \cos 2x + 1 = 0.$$
- (a) Résous dans \mathbb{R} l'équation $4t^2 - 2\sqrt{6}t + 1 = 0$. **0,5pt**
- (b) Déduis-en dans $[-\pi; \pi]$ les solutions de l'équation (E) . **1pt**

B) Quatre voyageurs laissent en sortant les clés de leurs chambres au réceptionniste de l'hôtel.

Celui-ci rend au hasard les clés aux quatre voyageurs à leur retour.

1. De combien de façons peut-il rendre les clés aux voyageurs ? 0,5pt
2. Détermine le nombre de façons différentes de rendre les clés si :
 - (a) Chaque voyageur retrouve sa clé. 0,5pt
 - (b) Un seul voyageur retrouve sa clé. 0,5pt
 - (c) Aucun voyageur ne retrouve sa clé. 0,25pt

EXERCICE 4 : (2,75 points)

A et B sont deux points du plan tels que $AB = 2$. G est le barycentre des points pondérés $(A, -3)$ et $(B, 1)$.

1. Construis le point G . 0,5pt
2. (a) Montre que pour tout point M du plan, $3MA^2 - MB^2 = 2MG^2 - \frac{3}{2}AB^2$. 0,75pt
 (b) Détermine et construis l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan tels que :

$$3MA^2 - MB^2 = 2.$$
 0,75pt
3. Soit h l'homothétie de centre G et de rapport -2 .
 (a) Détermine $h(G)$. 0,25pt
 (b) Détermine et construis l'image Γ de \mathcal{E} par h . 0,5pt

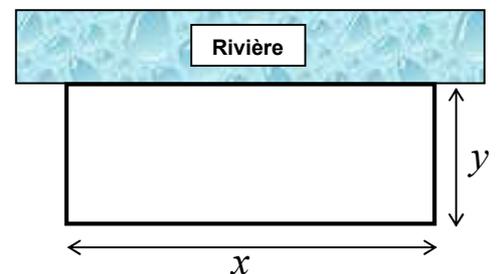
PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

ALI le routier doit faire un trajet de $150km$. Si sa vitesse moyenne est v kilomètres par heure, alors sa consommation en gasoil est $\left(6 + \frac{v^2}{100}\right)$ litres par heure. Le prix du gasoil est de **400 FCFA** le litre et **ALI** est payé **1200 FCFA** de l'heure.

ALI habite le village désigné par la lettre **A**, **BELL** habite le village désigné par la lettre **B** et **CHIMI** habite le village désigné par la lettre **C**. Ces trois villages sont disposés en triangle comme suit : le village **A** est à $4km$ de **B**, à $3km$ de **C** et le village **B** est à $5km$ de **C**. Ces trois habitants décident de creuser un forage situé à égale distance des villages.

BELL a une parcelle de terrain rectangulaire d'aire $200m^2$ dont une façade est bordée par une rivière. (voir figure ci-contre) Il aimerait sécuriser cette parcelle en la clôturant par du fil barbelé vendu à **2500 FCFA** le mètre dans une quincaillerie.



Tâches :

1. Calcule le coût minimal du trajet du routier **ALI**. 1,5pt
2. Calcule le coût minimal du fil barbelé à utiliser par **BELL**. 1,5pt
3. Calcule la distance qui sépare le forage de chacun des villages. 1,5pt

Présentation : 0,5pt