Ministère des Enseignements Secondaires

Office du Baccalauréat du Cameroun

Academic College of Excellence

Examen : Baccalauréat blanc

Session : Juin 2020

Séries : C/E

Épreuve : Mathématiques

Durée : 4h Coef :5(C)/4(E)

L'épreuve comporte trois exercices et un problème étalés sur deux pages numérotées de 1 à 2.

Exercice 1 [3 Points]

Soit P un entier naturel premier.

1. Montrer que $\forall i \in \mathbb{N}^*/i < P, \quad PC_{P-1}^{i-1} = iC_P^i$, puis que P divise C_P^i. **[1pt]**
2. Justifier que $\forall a; b \in \mathbb{Z},\ (a+b)^P \equiv a^P + b^P[P]$. **[0,5pt]**
3. Justifier que $\forall a \in \mathbb{N},\ a^P \equiv a[P]$. **[0,5pt]**
4. Déduire que $\forall a \in \mathbb{N}^*$, si a et P sont premiers entre eux, alors $a^{P-1} \equiv 1[P]$. **[0,5pt]**
5. Déterminer le reste de la division euclidienne de 7^{126} par 127. **[0,5pt]**

Exercice 2 [3 Points]

Soit f une application du plan dans lui-même dont l'expression analytique est $\begin{cases} x' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - \frac{16}{5} \\ y' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - \frac{2}{5} \end{cases}$.

1. Déterminer l'écriture complexe de f. **[0,5pt]**
2. Montrer que f est une isométrie **[0,75pt]**
3. Déterminer l'ensemble des points invariants par f. **[0,25pt]**
4. Déduire la nature exacte et les éléments caractéristiques de f **[1,5pt]**

Exercice 3 [4 Points]

Le plan est muni d'un repère orthonornmé direct $(0; I; J)$. Soient S la similitude directe plane de centre $A(1-i)$, de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $-\frac{\pi}{4}$. On note (E) l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tels que $5x^2 + 5y^2 - 24x - 24y + 6xy + 20 = 0$ et (E') l'image de (E) par S.

1. Déterminer l'expression analytique de S. **[1pt]**
2. Déduire une équation de (E') et le tracer dans le repère $(0; I; J)$. **[1,5pt]**
3. Déduire la nature et les éléments caractéristiques de (E) et le tracer sur la même figure précédente. **[1,5pt]**

sujetexa.com

PROBLEME [10 Points]

PARTIE A : [2,5 Points]

On considère les équations différentielles $(E) : y'' + 2y' + y = 2e^{-x}$ et $(E') : y'' + 2y' + y = 0$.

1. Résoudre (E') **[0,5pt]**
2. Vérifier que la fonction g définie par $g(x) = x^2e^{-x}$ est une solution particulière de (E). **[0,5pt]**
3. Soit h une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$

   a) Démontrer que h est solution de (E') si et seulement si $h + g$ est solution de (E). **[0,5pt]**

   b) Déterminer la solution de (E) qui admet en $A(0; 4)$ une tangente parallèle à (OI). **[1pt]**

PARTIE B : [3,5 Points]

On considère la fonction f définie par $f(x) = (x+2)^2e^{-x}$ et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative sur un repère orthogonal $(O; I; J)$ tel que $OI = 2OJ = 2cm$

1. Étudier et tracer avec soin $(\mathcal{C}_f)$. **[1,5pt]**
2. En remarquant que f est une solution de (E), déterminer une primitive F de f sur $\mathbb{R}$. **[0,5pt]**
3. On pose pour tout entier naturel non nul n, $I_n = \int_0^n (x+2)^2e^{-x}dx$.

   a) Exprimer I_n en fonction de n. **[0,5pt]**

   b Étudier la convergence de la suite (I_n) et interpreter graphiquement le résultat. **[1pt]**

PARTIE C : [4 Points]

On considère la suite (u_n) définie par $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n = \dfrac{1}{n^3}\sum_{k=1}^{n}(k+2n)^2e^{-\frac{k}{n}}$.

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n = \dfrac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f(\dfrac{k}{n}) = \dfrac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(\dfrac{k}{n}) + \dfrac{9-4e}{ne}$. **[1 pt]**
2. Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ \forall k \in \mathbb{N}/k < n,\ \dfrac{1}{n}f(\dfrac{k+1}{n}) \leq \displaystyle\int_{\frac{k}{n}}^{\frac{k+1}{n}} f(x)dx \leq \dfrac{1}{n}f(\dfrac{k}{n})$. **[1pt]**
3. Justifier que $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n \leq \int_0^1 f(x)dx \leq u_n + \frac{4e-9}{ne}$. **[1pt]**
4. Déduire que $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ I_1 + \frac{9-4e}{ne} \leq u_n \leq I_1$ et étudier la convergence de la suite (u_n). **[1pt]**

Examinateur : NGUEFO Amour , ***PLEG mathématiques***

sujetexa.com