

UNION DES COMORES	BAC	Examen : Du 1 ^{ER} Semestre							
LE REVEIL DU BAC		Session Avril 2021							
Epreuve : <i>Mathématiques</i>	Série :	A1	A2	A4	C	D	G	Stc	Sti
	Coeff. :					4			
Prof : CHEHOU	Durée :					4			

Exercice 1 : Complexe (4points)

Soit l'équation (E) : $z^3 - (1 + 2i)z^2 - 3z + 2i - 1 = 0$

- Montrer que le nombre -1 est une solution de l'équation (E)
- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E)
- Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , Placer les points A, B et C d'affixe : $A(z_A = i)$; $B(z_B = 2 + i)$, et $C(z_C = -1)$,
- Donner la forme trigonométrique de $\frac{z_A}{z_A - z_B}$ En déduire la nature du triangle BAO
- Calculer l'affixe du point D image du point A par la translation du vecteur \vec{BC}
- Calculer l'affixe du point E centre du parallélogramme ADCB
- Déterminer et construite l'ensemble (d) des M du plan vérifiant : $\|\vec{MA} + \vec{MC}\| = 6$
- Soit f une application du plan dans le plan d'expression analytique suivante : $\begin{cases} x' = x - y + 2 \\ y' = x + y - 1 \end{cases}$
 - Montrer que l'écriture complexe de f est $z' = (1 + i)z + 2 - i$
 - Caractériser f

Exercice 2 : Probabilité (4points)

A l'occasion de la fête de l'EID 3 maman se présentent dans une boutique et elles achètent des chemises et Pantalons de leurs enfants : La première dame a acheté 2 chemises et 3 pantalons pour 80€ et Deuxième maman Achète 4chemise et un seul pantalon pour 60 € et Djamilia la troisième maman achète 2 pantalons et 5 chemises

- Quel est le prix d'un pantalon et d'une chemise ?
 - Djamilia doit-elle payer combien ?
- Le sac de Djamilia contient alors 7 vêtements (2 pantalons et 5 chemises) et un enfant va prendre au hasard Successivement et sans remise deux vêtement dans le sac de Djamilia .On suppose l'équiprobabilité de toutes les tirages Calculer la probabilité de chacun de ces événements suivants :
 - « Obtenir deux pantalons »
 - « Obtenir deux chemises »
 - « Obtenir deux vêtements différents »
- Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de deux vêtements associe le nombre $S - S'$ où S désigne la somme payé par DJAMILIA et S' désigne la somme des prix de deux vêtements tirés
 - Déterminer les valeurs prises par X
 - Etablir la loi de probabilité de X

Exercice 3 : Statistique (3points)

On a relevé le nombre de « demande de visa » à la l'Ambassade de France auprès des Comores en fonction des jours

Rend de jour : x_i	1	2	3	4	5	6
Demande de visa : y_i	48	46	44	42	40	38

- Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique double $(x_i ; y_i)$ puis placer le point G
- On se propose de faire un ajustement linéaire par la méthode de Mayer
 - Enoncer la méthode de Mayer
 - Calculer les coordonnées des points G_1 et G_2
 - Tracer la droite d'ajustement linéaire (d)
 - Montrer que la droite (d) a pour équation : $y = -2x + 50$
- Si les choses évoluent de la même manière combien de demande de visa sera enregistré au 10 ème jour ?

Exercice 3 : Problème (9points)

On considère la fonction numérique f définie par : $\begin{cases} f(x) = 2 - e^x & \text{si } x < 0 \\ f(x) = 1 + \ln(1 + x) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ et $f(0) = 1$

Partie A : Etude d'une fonction f

- Montrer que f est continue au point d'abscisse $x_0 = 0$
- Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -1$ et que $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 1$
 - f est - elle dérivable en 0 ? Justifier
- Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$
- Calculer $f'(x)$ et Etudier son signe pour tout réel $x \in D_f$
- Dresser le tableau de variation de la fonction f
- Etudier les branches infinies puis Tracer la courbe (Cf) en précisant les demi-tangentes au point O

Partie B : Théorème des inégalités des accroissements finie (T. I. A. F)

Soit g de la fonction définie sur l'intervalle $I = [1 ; +\infty[$ par : $g(x) = 1 + \ln(1 + x)$

- Montré que l'équation $g(x) = x$ admet une seule et unique solution β sur I tels que : $1 \leq \beta \leq 3$
- Démontrer que pour tout appartient à l'intervalle I on a : $g(x) \in I$ et que $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$
- On définit la suite (U_n) par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = g(U_n) \end{cases}$ pour tout entier naturel n
 - Montrer que pour tout n de IN, la suite U_n appartient à l'intervalle I
 - Démontrer que pour tout entier naturel n: on a : $|U_{n+1} - \beta| \leq \frac{1}{2}|U_n - \beta|$ et que $|U_n - \beta| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$
 - Montrer que la suite U_n converge vers un réel l que l'on déterminera
 - Déterminer entier naturel p tel que pour tout entier naturel n supérieur ou égale p on ait : $|U_n - \beta| \leq 10^{-2}$