

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)**

**EXERCICE 1 : (4,5 points)**

Voici le tableau de variations d'une fonction numérique  $f$  d'une variable réelle  $x$  définie sur  $\mathbb{R} - \{1\}$ . On désigne par  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$
$f(x)$	+		-		+
$f$	↘ -1		↘ +∞		↗ +∞
	$-\infty$	$-\infty$		$3$	

- (a) Détermine les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$ . **1pt**

(b) Donne une équation d'une asymptote ( $\mathcal{D}$ ) à  $\mathcal{C}$ . **0,25pt**
- On suppose que pour tout réel  $x$  distinct de 1,  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ .

(a) Montre que  $a = 1, b = -1$  et  $c = 1$ . **0,75pt**

(b) Montre que la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = x - 1$  est asymptote à la courbe  $\mathcal{C}$ . **0,5pt**

(c) Montre que le point  $\Omega(1;1)$  est centre de symétrie de  $\mathcal{C}$ . **0,5pt**
- Construis  $\mathcal{C}$ , ( $\mathcal{D}$ ) et  $(\Delta)$ . **0,75pt**
- Construis dans le repère précédent la courbe  $\mathcal{C}'$  de la fonction  $g : x \mapsto f(x-1) + 1$ . **0,75pt**

**EXERCICE 2 : (3,5 points)**

Le 1<sup>er</sup> janvier 2020, la population d'une ville d'un pays Africain était de 600.000 habitants. On pose  $U_0 = 600.000$  et on désigne par  $U_n$  la population de cette ville au 1<sup>er</sup> janvier  $(2020 + n)$ ,  $n$  étant un entier naturel quelconque. Une étude statistique a montré que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_{n+1} = 1,2U_n + 5000$ .

- Calcule  $U_1$  et  $U_2$ . Que représentent  $U_1$  et  $U_2$ ? **1pt**
- On pose pour tout entier naturel  $n, V_n = U_n + 25000$ .

(a) Montre que pour tout  $n \in \mathbb{N}, V_{n+1} = 1,2U_n$ . **0,5pt**

(b) Donne la nature de la suite  $(V_n)$ , son premier terme et sa raison. **0,75pt**

(c) Exprime  $V_n$ , puis  $U_n$  en fonction de  $n$ . **0,5pt**

(d) Donne une estimation de la population de cette ville au 1<sup>er</sup> Janvier 2028. **0,75pt**

**EXERCICE 3 : (4,25 points)**

- A) 1. Sachant que  $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ , calcule les valeurs exactes de  $\cos \frac{\pi}{12}$  et  $\sin \frac{\pi}{12}$ . **1pt**
2. On se propose de résoudre dans  $[-\pi; \pi]$  l'équation  $(E)$  suivante :
- $$4 \cos^2 2x - 2\sqrt{6} \cos 2x + 1 = 0.$$
- (a) Résous dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $4t^2 - 2\sqrt{6}t + 1 = 0$ . **0,5pt**
- (b) Déduis-en dans  $[-\pi; \pi]$  les solutions de l'équation  $(E)$ . **1pt**

B) Quatre voyageurs laissent en sortant les clés de leurs chambres au réceptionniste de l'hôtel. Celui-ci rend au hasard les clés aux quatre voyageurs à leur retour.

1. De combien de façons peut-il rendre les clés aux voyageurs ? 0,5pt
2. Détermine le nombre de façons différentes de rendre les clés si :
  - (a) Chaque voyageur retrouve sa clé. 0,5pt
  - (b) Un seul voyageur retrouve sa clé. 0,5pt
  - (c) Aucun voyageur ne retrouve sa clé. 0,25pt

**EXERCICE 4 : (2,75 points)**

$A$  et  $B$  sont deux points du plan tels que  $AB = 2$ .  $G$  est le barycentre des points pondérés  $(A, -3)$  et  $(B, 1)$ .

1. Construis le point  $G$ . 0,5pt
2. (a) Montre que pour tout point  $M$  du plan,  $3MA^2 - MB^2 = 2MG^2 - \frac{3}{2}AB^2$ . 0,75pt  
 (b) Détermine et construis l'ensemble  $\mathcal{E}$  des points  $M$  du plan tels que :  

$$3MA^2 - MB^2 = 2.$$
 0,75pt
3. Soit  $h$  l'homothétie de centre  $G$  et de rapport  $-2$ .  
 (a) Détermine  $h(G)$ . 0,25pt  
 (b) Détermine et construis l'image  $\Gamma$  de  $\mathcal{E}$  par  $h$ . 0,5pt

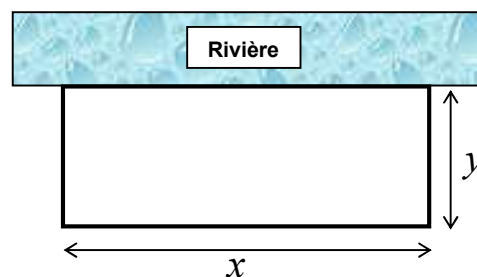
**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**

**SITUATION :**

**ALI** le routier doit faire un trajet de  $150km$ . Si sa vitesse moyenne est  $v$  kilomètres par heure, alors sa consommation en gasoil est  $\left(6 + \frac{v^2}{100}\right)$  litres par heure. Le prix du gasoil est de **400 FCFA** le litre et **ALI** est payé **1200 FCFA** de l'heure.

**ALI** habite le village désigné par la lettre **A**, **BELL** habite le village désigné par la lettre **B** et **CHIMI** habite le village désigné par la lettre **C**. Ces trois villages sont disposés en triangle comme suit : le village **A** est à  $4km$  de **B**, à  $3km$  de **C** et le village **B** est à  $5km$  de **C**. Ces trois habitants décident de creuser un forage situé à égale distance des villages.

**BELL** a une parcelle de terrain rectangulaire d'aire  $200m^2$  dont une façade est bordée par une rivière. (voir figure ci-contre) Il aimerait sécuriser cette parcelle en la clôturant par du fil barbelé vendu à **2500 FCFA** le mètre dans une quincaillerie.



**Tâches :**

1. Calcule le coût minimal du trajet du routier **ALI**. 1,5pt
2. Calcule le coût minimal du fil barbelé à utiliser par **BELL**. 1,5pt
3. Calcule la distance qui sépare le forage de chacun des villages. 1,5pt

**Présentation :** 0,5pt