MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
INSPECTION DE PEDAGOGIE/SCIENCES
Section Mathématiques

Examen : **Probatoire zéro** Session : **2020**
Epreuve : **Mathématiques**
Série : **C/E**
Durée : **3h** Coefficient : **6/5**

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (12,5 points)

Exercice 1 : (5 points)

I. Pour chaque question, quatre réponses sont proposées et une seule est juste.
Recopier le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse jugée juste.

1. B= $(\vec{\imath};\ \vec{\jmath})$ est une base de l'espace vectoriel E, f l'endomorphisme de E défini par

$f(\vec{\imath}) = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$ et $f(2\vec{\imath} + \vec{\jmath}) = 3\vec{\imath} + \vec{\jmath}$

a) La matrice de f dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ est: a) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$
. **0,75pt**

2. L'espace est muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath};\ \vec{\jmath}; \vec{k}$).

On considère le plan (P) d'équation $x - y + z + 1 = 0$, A le point de coordonnées (-1 ; 0 ; 3)

Le projeté orthogonal du point A sur le plan (P) a pour coordonnées :

a) $(-1; 0; 3)$; b)$(1;\ -1; 1))$; c) $(2;\ -1;\ -1)$; d) $(-2; 1; 2)$ **0,75pt**

II. Le plan est orienté. On considère le triangle ABC tel que $AB = AC = 4\ cm$ et $Mes\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}\right) = \frac{\pi}{2}$. Le point I est le milieu de $[BC]$et $D = bar\{(A; -1), (B; 1), (C; 1)\}$.

1. a) Montrer que I est le milieu de $[AD]$, puis que ABDC est un carré de centre I . **1 pt**

b) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $\mathrm{MA}^2 - \mathrm{MD}^2 = 16$. **1pt**

2. Soient t la translation de vecteur $2\overrightarrow{AB}$ et r la rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

a) Déterminer la droite (Δ) telle que $t = S_{(BD)} o S_{(\Delta)}\ et\ r = S_{(\Delta)} o S_{(ID)}$. **0,5 pt**

b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de la transformation tor. **1pt**

EXERCICE 2 : (3 points)

On considère la suite (U_n) définie par $\begin{cases} U_1 = 140 \\ U_{n+1} = \frac{3}{2} U_n Cos2x + 220 sin^2 x\ pour\ tout\ n \in \mathbb{N}^*, x \in \mathbb{R}. \end{cases}$

1. a) Montrer que $U_2 = 210 - 200 Sin^2 x$. **0,5pt**
   b) Déterminer dans $[-\pi;\ \pi[$ les valeurs pour lesquelles $U_2 = 160$. **0,75pt**

2. Dans la suite, on suppose que $x = \frac{\pi}{6}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $V_n = \frac{3}{2} U_n - 330$.

   a) Montrer que (V_n)est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. **0,75pt**

   b) Exprimer (V_n) puis (U_n) en fonction de n. **1pt**

EXERCICE 3 : (4,5 points)

Voici le tableau de variations d'une fonction numérique f d'une variable réelle x définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, I, J).

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	9	$\nearrow$	$+\infty$

1. Donner une équation d'une asymptote (D) à la courbe (C). **0,25pt**
2. On suppose que pour tout réel x distinct de 1, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-1}$.

   a) Montrer que $a = 2, b = 3$ et $c = 2$. **0,75pt**

   b) Montrer que la droite (D') d'équation $y = 2x + 3$ est asymptote à la courbe (C). puis étudier les positions relatives de (C) et (D'). **1pt**

   c) Construire (C), (D) et (D'). Prendre 1 cm pour 1 unité en abscisses et 1 cm pour 2 unités en ordonnées. **1,5pt**
3. Construire dans le même repère que (C) la courbe (C') de la fonction $g : x \mapsto f(|x|)$. **1pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (7,5 points)

Situation :

M. FITCHOUA enseignant de mathématiques voudrait remettre les statistiques des notes de la toute première évaluation de l'année à sa hiérarchie. Il se rend compte que le gel hydroalcoolique s'est versé sur le tableau statistique ci-dessous écrit au stylo à bille, et a effacé deux nombres qui sont remplacés par a et b. Cependant il se souvient que le mode est 7, la moyenne des notes est 7,95 et que l'élève ayant la plus petite note est appelé MBOUT.

Notes sur 20	$[1; 3[$	$[3; a[$	$[a; b[$	$[b; 11[$	$[11; 15[$
Effectifs	1	5	6	3	5

La punition donnée à MBOUT pour son mauvais travail consiste à nettoyer les 11 salles de classe du lycée.

Il entame sa punition à 7h et souhaiterait nettoyer toutes ces salles avant de quitter le lycée à 13h14, pour se rendre à la prière de 13h30 à la grande mosquée.

Pour nettoyer chaque salle de classe, MBOUT met 4 minutes de plus que le temps mis pour nettoyer la précédente.

M. FITCHOUA évalue ses élèves chaque semaine et constate que la moyenne des notes à une évaluation augmente de 5% de la moyenne de la précédente évaluation. Pour représenter l'établissement au concours régional de mathématiques, une classe doit avoir une moyenne générale supérieure ou égale à 11.

Tâches

1. Retrouver les deux nombres illisibles du tableau statistique de M FITCHOUA. **2,25pts**
2. Quel temps maximal doit mettre MBOUT pour nettoyer la première salle de classe s'il veut partir du Lycée à l'heure. **2,25pts**
3. Après combien d'évaluations cette classe pourra-t-elle représenter l'établissement au concours régional de mathématiques ? **2,25pts**

Présentation : 0,75 pt