SIMILI BACCALAUREAT
Session d'avril 2012

Durée : 2 heures
Coefficient : 2

MATHEMATIQUES

SERIE : A2

Cette épreuve comporte 2 pages numérotées respectivement 1/2 et 2/2.
Le candidat recevra une feuille de papier millimétré.
Toute calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1

On donne l'inéquation (I) : $x \in \mathbb{R}$, $\ln\left(\frac{3x+1}{x-1}\right) \leq \ln\left(-\frac{2x+3}{x-3}\right)$.

1. a) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation (E) : $x \in \mathbb{R}$, $5x^2 - 7x - 6 = 0$;

   b) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1 ; 3\}$, $\frac{3x+1}{x-1} + \frac{2x+3}{x-3} = \frac{5x^2-7x-6}{(x-1)(x-3)}$.

   c) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I') : $x \in \mathbb{R}$, $\frac{3x+1}{x-1} \leq -\frac{2x+3}{x-3}$, à l'aide des questions précédentes.

2. a) Trouver l'ensemble de validité de l'inéquation (I).

   b) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I)

EXERCICE 2

(On donnera les résultats des calculs de probabilités sous forme de fractions irréductibles)

On dispose de 5 élèves de terminale du Lycée classique d'Abidjan comprenant :

- 3 élèves de la série A1 : DJORO, MOYA et RAISSA;
- 2 élèves de la série A2 : AMESSAN et KADIO.

Ces 5 filles prennent place, au hasard, dans 2 taxi-compteurs T1 et T2 de 4 places chacune pour se rendre à un concours de mathématiques, à raison d'une personne, au plus, par place. (Les conducteurs ne sont pas comptés).

On donne les événements :

- A : "DJORO est dans le taxi T1";
- B : "MOYA est devant dans le taxi T1 et AMESSAN est à l'arrière dans le taxi T2";
- C : "KADIO et RAISSA sont dans le taxi T1 et DJORO est dans le taxi T2";
- D : "Les filles de la série A1 de celles de la série A2 ne sont pas dans le même taxi".
- E : "Le taxi T1 contient, exactement, une élève".

1. Justifier que le nombre total de dispositions possibles des 5 élèves dans l'ensemble des 2 taxis est 6720.

2. a) Justifier que : $P(A) = \frac{1}{2}$.

   b) Justifier que : $P(B) = \frac{3}{56}$.

   c) Justifier que : $P(E) = \frac{1}{14}$.

3. Calculer la probabilité de chacun des événements C et D.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). Unité graphique : 1cm.

On considère la fonction f de ℝ vers ℝ définie par : $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{4x+1}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le repère (O,I,J).

1. Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{-\frac{1}{4}\}$, $f(x) = x - \frac{5}{4} + \frac{9}{4(4x+1)}$.
2. Démontrer que le point $A(-\frac{1}{4}\ ;-\frac{3}{2})$ est un centre de symétrie de (C).
3. a) Justifier que la droite (D) : $y = x - \frac{5}{4}$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.

   b) Justifier que (C) est en-dessous de (D) sur $]-\infty\ ; -\frac{1}{4}[$ et au-dessus de (D) sur $]-\frac{1}{4}\ ; +\infty[$.

   c) Vérifier que la droite (D) passe par le point A et le point $B(\frac{9}{4}\ ; 1)$.
4. a) Justifier que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x \to -\frac{1}{4} \\ >}} f(x) = +\infty$.

   b) Donner une équation d'une asymptote (D') de (C) parallèle à la droite (OJ).
5. Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{-\frac{1}{4}\}$, $f'(x) = \frac{8(2x-1)(x+1)}{(4x+1)^2}$.

   En déduire le sens de variation de f.
6. a) Vérifier que : $f(\frac{1}{2}) = 0$ et $f(-1) = -3$

   b) Dresser le tableau de variation de f.
7. Tracer les droites (D) et (D') puis construire la courbe (C) avec soin.