Ministère des enseignements secondaires
Collège Mgr F.X. VOGT

Examen : PROBATOIRE BLANC
Session : Mai 2018
Séries : D et TI
Durée : 03 h ; Coef : 04

~~Nuepe Dunse~~ PD1

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

L'épreuve comporte trois exercices et un problème obligatoires à trois parties indépendantes sur deux pages. La qualité de la rédaction, la clarté de la copie et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte lors de la correction de la copie du candidat.

EXERCICE 1 :(03,75 POINTS)

Les commerçants d'un marché sont regroupés suivant leurs recettes journalières moyennes (exprimées en milliers de francs) dans le tableau incomplet suivant :

Recettes	[0 ; 15[	[15 ; 25[	[25 ; 30[	[30 ; 35[	[35 ; 45[	[45 ; 70[	Total
Effectifs	13	30	x 22	54	60	21	200

1. La fréquence de la classe [25 ; 30[est égale à 0,11. Montrer que l'effectif total de cette série statistique est $N = 200$. 0,75pt
2. Déterminer le mode de cette série statistique. 0,5pt
3. Classe la moyenne et l'écart-type de cette série. 1,5pt
4. Déterminer, par calcul, la médiane de cette série statistique. 1pt

EXERCICE 2 :(03,00 POINTS)

L'objectif est de résoudre dans $[0; 2\pi[$, l'équation suivante (E) : $(sinx)^4 + (cosx)^4 = \frac{3}{4}$.

1. Montrer que pour tous réels a et b on a :$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$. 0,5pt
2. Exprimer $\sin 2x$ en fonction de $\sin x$ et $\cos x$. 0,5pt
3. En déduire que : $(sinx)^4 + (cosx)^4 = 1 - \frac{1}{2}\sin^2(2x)$. 0,5pt
4. Résoudre dans $[0; 2\pi[$, l'équation (E). 1,5pt

EXERCICE 3 :(02,25 POINTS)

Le service d'immatriculation du ministère de transport du Cameroun met à la disposition des automobilistes, des plaques de deux modèles comme l'exemple suivant : « $DD\ 0001\ A$ ou $DD\ 001\ AA$ » où « DD » désigne la région d'origine et « $0001\ A$ ou $001\ AA$ » le numéro d'immatriculation. On rappelle qu'il y a 10 régions au Cameroun et que l'on ne peut entamer le second modèle que lorsque le premier est fini.

1. Déterminer le nombre de plaques qui peuvent être mises en circulation dans la région du centre sur le modèle.
   a) « $CE\ 0001\ A$ ». 0,75p
   b) « $CE\ 001\ AA$ ». 0,75p
2. En déduire le nombre de véhicules qui peuvent être immatricules au Cameroun. 0,75

PROBLEME : (11 POINTS)

PARTIE A :

On considère la fonction numérique f définie par $(x) = -\frac{1-x}{x+3}$. Soit (C_f) sa courbe représentati dans un repère orthonormé (O, I, J).

1. Calculer les limites aux bornes du domaine de définition et en déduire les équations des asymptotes à courbe de f. 1 pt
2. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau des variations de f. 1 pt
3. On désigne par t la translation de vecteur $\vec{u}(3;-1)$. Soit $M(x;y)$ un point quelconque du plan d'image $M'(x';y')$par t.

   a) Montrer que l'on a : $\begin{cases} x' = x+3 \\ y' = y-1 \end{cases}$. 0,5pt

   b) On désigne par g l'image de f par t. Montrer que $(x) = -\frac{4}{x}$. 0,5pt

   c) Etudier la parité de g. 0,5pt

   d) Justifier que le point $I(-3;1)$ est centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$. 0,5pt
4. Dans le même repère placer le point I, construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$, ses asymptotes ainsi que la droite d'équation (D) d'équation$y = x$. 1,5pt

PARTIE B :

On définit par récurrence la suite (u_n) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3} \end{cases}$

1. En utilisant la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et la droite (D), construire sur l'axe des abscisses, les termes u_0, u_1, u de la suite (u_n). 1pt
2. On pose pour tout entier naturel $n, v_n = \frac{1}{1+u_n}$.

   a) Montrer que pour tout entier naturel $n, v_{n+1} - v_n = \frac{1}{2}$. 0,5pt

   b) En déduire la nature de la suite(v_n) . On précisera sa raison et son premier terme. 0,75p

   c) Exprimer v_n et u_n en fonction de n. 0,75p

   d) Calculer la limite de u_n lorsque n tend vers l'infini. 0,5

   e) Calculer la somme suivante $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ en fonction de n. 0,5

PARTIE C :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J)On désigne par(Γ)l'ensemble des points $M(x, y)$du plan tels que :$x^2 + 2x + y^2 + 2y - 3 = 0$.

1. Montrer que (Γ) est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon. 0,75
2. Démontrer que (Γ) coupe l'axe des abscisses en deux points dont on précisera les coordonnées. 0,75