MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
DÉLÉGATION RÉGIONALE DE L'OUEST
IRP SCIENCES
SOUS-SECTION MATHEMATIQUES

RÉPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix – Travail - Patrie

PROPOSITION DU CORRIGE DE MATHÉMATIQUES

Examen : BAC D-TI Zéro
Matière : Mathématiques

Session : 2021
Durée : 4H
Coef : 04

Références et solutions	Barèmes	Commentaires
EVALUATION DES RESSOURCES :15 points		
EXERCICE 1 : 3.5 points		
1. Déterminons la racine carrée de $Z = 6 - 6i\sqrt{3}$ $\|Z\| = \sqrt{36 + 36 \times 3} = \sqrt{144} = 12$ En posant $z^2 = Z$ avec $z = a + ib$ on a : $\begin{cases} a^2 - b^2 = 6 \\ a^2 + b^2 = 12 \\ ab = -3\sqrt{3} \end{cases}$ On obtient $a = -3 \; ou \; a = 3$ et $b = -\sqrt{3} \; ou \; b = -\sqrt{3}$ D'où $z_1 = 3 - i\sqrt{3}; \; z_2 = -3 + i\sqrt{3}$	1pt	0,5pt pour le cheminement 0,25 pour chaque résultat trouvé
2. Résolvons dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (5 + i\sqrt{3})z + 4 + 4i\sqrt{3} = 0$ On a : $\Delta = (5 + i\sqrt{3})^2 - 4(4 + 4i\sqrt{3}) = 6 - 6i\sqrt{3}$ Les solutions sont : $z_1 = 1 + i\sqrt{3}; \; z_2 = 4$	1pt	0,5 pt Pour Δ. 0,25 pt par solution trouvée
3. Soit S la similitude directe de centre O, d'angle $\alpha = \frac{\pi}{3}$ et de rapport $k = \frac{1}{2}$. 3.a. Écriture complexe de S. $z' - z_0 = ke^{i\alpha}(z - z_0)$ $z' = \frac{1}{2}e^{\frac{i\pi}{3}}z$ ou encore $\boldsymbol{z' = \left(\frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{4}\right)z}$	0,75pt	0,25 pour la formule 0,5pt pour le résultat
3.b. Soit $A \; d'affixe \; a = 4, B \; d'affixe \; b = 1 + i\sqrt{3}$ deux points.	0,75pt	0,25 par affixe

<table>
<tr>
<td>Déterminons l'image par S de la droite (AB).
$$z'_A = 1 + i\sqrt{3}\ ; z'_B = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}.$$
L'image de la droite (AB) est la droite $(A'B')$ avec A'=S(A) qui a pour affixe a'= $1 + i\sqrt{3}$ **et B'=S(B) qui a pour affixe b'=** $-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$</td>
<td></td>
<td>0,25 pour la conclusion</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">**EXERCICE 2 : 3.5 points**</td>
</tr>
<tr>
<td>**1. Dressons le tableau statistique associé**
<table>
<tr><td>x</td><td>$5,5$</td><td>6</td><td>6</td><td>7</td><td>7</td><td>8</td><td>8</td><td>9</td><td>9</td><td>9,5</td></tr>
<tr><td>y</td><td>4</td><td>4</td><td>$4,5$</td><td>$4,5$</td><td>5</td><td>5</td><td>5,5</td><td>5,5</td><td>6</td><td>6</td></tr>
</table>
</td>
<td>1,5pt</td>
<td>0,75 pt par ligne</td>
</tr>
<tr>
<td>**2. Déterminons les coordonnées du point moyen.**
$$\overline{x} = \frac{(5,5 + 6 + 6 + 7 + 7 + 8 + 8 + 9 + 9 + 9,5)}{10} = 7,5$$
$$\overline{y} = \frac{4 + 4 + 4,5 + 4,5 + 5 + 5 + 5,5 + 5,5 + 6 + 6}{10} = 5$$
$$G(7,5; 5)$$</td>
<td>0,5pt</td>
<td>0,25 pt par composant</td>
</tr>
<tr>
<td>**3. Déterminons la droite de Mayer associée à cette série**
Trouvons les coordonnées de G_1 et G_2.
$$\overline{x}_1 = \frac{5,5 + 6 + 6 + 7 + 7}{5} = 6,5$$
$$\overline{y}_1 = \frac{4 + 4 + 4,5 + 4,5 + 5}{5} = 4,4$$
De même On a : $\overline{x}_2 = 8,7$ **et** $\overline{y_2} = 5,6$
La droite de Mayer est sous la forme $y = ax + b$ **et passe par** G_1 **et** G_2.

On a : $\begin{cases} 6,5a + b = 4,5 \\ 8,7a + b = 5,6 \end{cases}$ **d'où** $y = 0,5x + 1,25$
Estimons la note en physique d'un élève qui a eu 20 en chimie.
On a :$y = 0,5 \times 20 + 1,25 = 11,25$</td>
<td>1,5pt</td>
<td>0,25 pour les coordonnées de G_1

0,25 pour les coordonnées de G_2

0,5 pt pour l'équation

0,5pt pour l'estimation de la note</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">**EXERCICE 3 : 3 points**</td>
</tr>
<tr>
<td>**On considère sur** $]0; +\infty[$**les équations différentielles suivantes :**
$$(E): 2y'' - y' - y = \frac{2}{x} - (x + 1)\ln x - 1\ et\ (E'): 2y'' - y - y = 0$$</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>

1. Démontrons que $g(x) = e^x + x\ln x$ est solution de (E).

On a : $g'(x) = e^x + lnx + 1$; $g''(x) = e^x + \frac{1}{x}$.

D'où : $2g''(x) - g'(x) - g(x) = 2e^x + \frac{2}{x} - e^x - lnx - 1 - e^x - xlnx$

$$= \frac{2}{x} - (x+1)lnx - 1$$

Donc $g(x) = e^x + x\ln x$ **est solution de** (E).

</td><td>0,5pt</td><td>

0,25 pt pour les dérivés de la fonction g

0,25 pt pour la vérification

</td></tr>
<tr><td>

2. Démontrons qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si $f-g$ est solution de (E').

Supposons que $f-g$ est solution de (E') et montrons que f est solution de (E).

On a : $f-g$ **solution de** $(E') \Longrightarrow 2(f-g)'' - (f-g)' - (f-g) = 0$

$$\Rightarrow\ 2f'' - f' - f - 2g'' + g' + g = 0$$

$$\Rightarrow\ 2f'' - f' - f = 2g'' - g' - g$$

Or g est solution de (E)

D'où : $2f'' - f' - f = \frac{2}{x} - (x+1)lnx - 1$

Donc f est solution de (E).

Supposons que f est solution de (E) et montrons que $f-g$ est solution de (E').

f**Solution de** $(E) \Rightarrow 2f'' - f' - f = \frac{2}{x} - (x+1)lnx - 1$

Or g est solution de $(E) \Rightarrow 2g'' - g' - g = \frac{2}{x} - (x+1)lnx - 1$

En faisant la soustraction membre à membre on obtient

$$2(f-g)'' - (f-g)' - (f-g) = 0$$

D'où $f-g$ est solution de (E').

</td><td>1pt</td><td>0,5 pt par sens de démonstration (implication)</td></tr>
<tr><td>

3. Résolvons (E'): $2y'' - y - y = 0$

L'équation caractéristique est : $2r^2 - r - 1 = 0$

$$\Delta = 1 - 4(2)(-1) = 9\ ;\ r_1 = -\frac{1}{2}\ et\ r_2 = 1$$

D'où la solution est : $\psi(x) = Ae^{-\frac{1}{2}x} + Be^x$ **avec** $A, B \in \mathbb{R}$.

La forme générale de la solution de (E) est : $f(x) = Ae^{-\frac{1}{2}x} + Be^x + e^x + xlnx$

</td><td>1,5pt</td><td>

0,25pt pour l'équation caractéristique

0,25 pt pour Δ

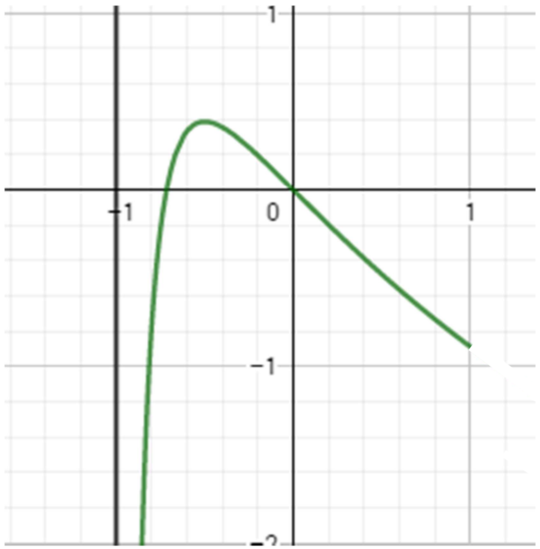
0,25 pt par solution trouvée

0,5pt pour l'expression de la solution générale

</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">EXERCICE 4 : 5 points</td></tr>
<tr><td>$$f(x) = \frac{x}{x+1} - 2\ln(x+1)$$
1. a) Calculons $f'(x)$.
$$f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{2}{x+1} = \frac{-2x-1}{(x+1)^2}$$</td><td>0,5pt</td><td>Appréciez la démarche</td></tr>
<tr><td>b) i. Signe de $f'(x)$.
Le signe de $f'(x)$ est celui de $-2x-1$ ainsi Pour $x \in]-1\,; -\frac{1}{2}]$; $f'(x) \geq 0$ et
pour $x \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$, $f'(x) \leq 0$</td><td>0,5pt</td><td>Appréciez la démarche</td></tr>
<tr><td>ii . Déterminons la limite de f à droite de -1.
On a :$\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+} \frac{x}{x+1} - 2\ln(x+1)$
$$= \lim_{x\to -1^+} \frac{1}{x+1}(x - 2\,(x+1)\ln(x+1)) = -\infty$$</td><td>0,5pt</td><td>Appréciez la démarche</td></tr>
<tr><td>iii. Tableau de variation de f.
$$\begin{array}{c||ccccc} x & -1 & & -1/2 & & 1 \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline & & & -1+2ln2 & & \\ f(x) & & \nearrow & & \searrow & \\ & -\infty & & & & 1/2-2ln2 \end{array}$$</td><td>0,75pt</td><td>0,25 pt par ligne trouvée</td></tr>
<tr><td>2. Calculons $f(0)$.
On a : $f(0) = 0$
Montrons que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions.
On a 0 qui est solution. En plus, f est continue et strictement croissante sur $]-1; -\frac{1}{2}]$
et $\lim_{x\to -1^+} f(x) = -\infty$; $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0,39$ d'où il existe $\alpha \in]-1; -\frac{1}{2}]$, tel que $f(\alpha) = 0$</td><td>0,75pt</td><td>0,25 pt pour $f(0)$

0,5 pt pour la démonstration</td></tr>
</table>

On a $[-0,72;-0,71] \subset]-1;-\frac{1}{2}]$. De plus $f(-0,72) \times f(-0,71) < 0$ D'où $\alpha \in [-0,72;-0,71]$ et $f(\alpha) = 0$		
3. Signe de $f(x)$ pour $x \in]-1;1]$. **Pour $x \in]-1;\alpha] \cup [0;1]$; $f(x)$ est négatif** **Pour $x \in [\alpha;0]$; $f(x)$ est positif.**	0,5pt	Appréciez la démarche
4. Traçons la courbe représentative C_f de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. 	0,5pt	0,25 pt pour l'asymptote 0,25 pt pour la courbe
5. a) Vérifions que la fonction F définie sur $]-1;1]$ par **$F(x) = 3x - (2x+3)\ln(x+1)$est une primitive de f.** **On a :$F'(x) = \frac{x}{x+1} - 2\ln(x+1) = f(x)$**	0,5pt	
b) Déduisons-en l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe de f, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$. $A = -\int_0^1 f(x)dx = -[F(x)]_0^1 = F(0) - F(1) = -3 + (2+3)ln2 = (-3 + 5ln2)\ Ua$	0,5pt	0,25 pt pour la bonne interprétation du calcul d'aire 0,25pt pour le résultat
EVALUATION DES COMPETENCES :5 points		

Tâche 1 : $P(T_1) = \frac{94}{100}$; $P(T_2) = \frac{92}{100}$. $P(T_1 \cup T_2) = \frac{98}{100}$ $$P(T_1 \cap T_2) = P(T_1) + P(T_2) - P(T_1 \cup T_2) = \frac{94}{100} + \frac{92}{100} - \frac{98}{100} = \frac{88}{100}$$ **On a :** $P(T_2 / T_1) = \frac{P(T_1 \cap T_2)}{P(T_1)} = \frac{\frac{88}{100}}{\frac{94}{100}} = \frac{88}{94} = 0,936$ **Donc les chances sont de** $\approx 0,94\%$	1,5pt	C_1 interprétation correcte de la situation 0,5pt pour l'évocation de $P(T_1 \cap T_2)$ et probabilité conditionnelle C_2 utilisation correcte des outils 0,5pt pour $\frac{88}{100}$ et $\frac{88}{94}$ C_3 cohérence 0,5pt pour la conclusion
Tâche 2 : **On a :** $\frac{1+3y}{1-5y} = e^{16At}$ $\frac{1+3y}{1-5y} = e^{16At} \Leftrightarrow 1 + 3y = (1-5y)e^{16At}$ $\Leftrightarrow 3y + 5ye^{16At} = e^{16At} - 1$ $\Leftrightarrow y(t) = \frac{e^{16At}-1}{3+5e^{16At}}$ ★ Variation de y $y'(t) = \frac{16Ae^{16At}(3+5e^{16At}) - 80Ae^{16At}(e^{16At}-1)}{(3+5e^{16At})^2}$ $= \frac{48Ae^{16At} + 80Ae^{16At}}{(3+5e^{16At})^2}$ $y'(t) = \frac{128Ae^{16At}}{(3+5Ae^{16At})^2} > 0$	1,5pt	C_1 interprétation correcte de la situation 0,5pt pour la présence de $y(t)$, $y'(t)$ **et lim** C_2 utilisation correcte des outils 0,5pt variation de y, 1/5 C_3 cohérence 0,5pt pour la conclusion

On conclut que le taux de dissolution augmente avec le temps Déterminons le seuil qu'il ne peut pas franchir. $\lim_{t \to +\infty} y(t) = \frac{1}{5}$ Donc il ne doit pas franchir le seuil de $\frac{1}{5}$		
Tâche 3 : **CORRECTION AU NIVEAU DE L'ENNONCE : « … PUIS ON INJECTE DANS R LE MEME VOLUME D'EAU »** Déterminons la masse dans R après 8heurs. 8h= 8x60 = 480min Désignons par m_n la masse de S restante dans R après n minutes. C= $\frac{m}{v}$ dons m= Cv. Or C = 1g/l et v = 5l donc $m_0 = 5g$ Notons que de manière générale, si m est la masse d'un composé S dans une solution de volume v la masse de ce composé dans 1l de solution est $\frac{m}{v}$. Dans notre cas, à chaque fois qu'on prélève $\frac{1}{20}$ de litre de la solution, la masse de S dans la solution diminue (et on complète le volume à 5l) Ainsi, après une minute, on a $m_1 = m_0 - \frac{1}{20}$ $(masse\ de\ S\ contenue\ dans\ 1l\ de\ solution)$ $m_1 = m_0 - \frac{1}{20} x \frac{m_0}{5} = m_0 - \frac{1}{100} x m_0 = \frac{99}{100} m_0$ $m_2 = \frac{99}{100} m_1$ et ainsi de suite on a donc $m_{n+1} = \frac{99}{100} m_n$ $(m_n)_{n \epsilon IN}$ est une suite géométrique de premier terme m_0= 5 et de raison q =$\frac{99}{100}$ = 0,99 donc $m_n = 5 (0,99)^n$. Après 480 minutes, la masse de S restante sera	1,5pt	C_1 interprétation correcte de la situation 0,5 pt pour l'évocation du volume du mélange, la masse initiale et suite géométrique C_2 utilisation correcte des outils 0,5pt pour 5g ;99/100 ;480mn et 0,0401g C_3 cohérence 0,5 pt pour la conclusion

$m_{480} = 5(0,99)^{480} = 0,0401g$ conclusion : Après 8h de déconcentration journalière, il restera environ 0,04g de la substance S dans ce récipient.		

Présentation 1pt : lisibilité **(0,5pt)** , orthographe et grammaire **(O,5pt)**