

PROPOSITION DE CORRIGE DE L'EPREUVE ZERO DE MATHEMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
	1	<p>Exprimons en fonction de $\sin x$ et $\cos x$</p> $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(2\pi - x) + 2 \sin(\pi - x) + \cos(\pi + x)$ <p>Pour tout nombre réel x, on a : $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\sin x$; $\cos(2\pi - x) = \cos x$; $\sin(\pi - x) = \sin x$ et $\cos(\pi + x) = -\cos x$. D'où</p> $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(2\pi - x) + 2 \sin(\pi - x) + \cos(\pi + x)$ $= -\sin x + \cos x + 2 \sin x - \cos x$ $= \sin x$	1pt	<ul style="list-style-type: none"> - Formules de transformation : 0,5pt - Résultat final : 0,5pt
1	2	<p>Montrons que lorsque $x \neq \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$</p> <p>Pour tout réel $\neq \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, on a :</p> $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = \frac{\sin 3x \cos x - \sin x \cos 3x}{\sin x \cos x}$ $= \frac{\sin(3x - x)}{\sin x \cos x}$ $= \frac{\sin 2x}{\sin x \cos x}$	1pt	<ul style="list-style-type: none"> - Réduction au même dénominateur : 0,25pt - Formule d'addition : 0,25pt - Formule de duplication : 0,25pt - Résultat : 0,25pt

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
		$\frac{2\sin x \cos x}{\sin x \cos x}$ $= 2$ <p>D'où pour tout $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}, \frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$</p>		
	3	<p>Résolvons dans $] -\pi ; \pi]$ l'équation $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(3x + \pi)$</p> <p>On a :</p> $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(3x + \pi) \text{ équivaut à } \cos x = \cos(3x + \pi)$ $\text{équivaut à } \begin{cases} x = 3x + \pi + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = -3x - \pi + 2k\pi \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$ $\text{équivaut à } \begin{cases} -2x = \pi + 2k\pi \\ \text{ou} \\ 4x = -\pi + 2k\pi \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$ $\text{équivaut à } \begin{cases} x = \frac{-\pi}{2} - k\pi \\ \text{ou} \\ x = \frac{-\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$ <p>Pour $k=0$, on a : $x_0 = \frac{-\pi}{2}$ et $x_1 = \frac{-\pi}{4}$</p> <p>Pour $k=1$, on a : $x_2 = \frac{\pi}{4}$</p> <p>Pour $k=-1$, on a : $x_3 = \frac{\pi}{2}$ et $x_3 = \frac{-3\pi}{4}$</p> <p>Pour $k=2$, on a : $x_4 = \frac{3\pi}{4}$</p> <p>L'ensemble solution de cette équation dans $] -\pi ; \pi]$ est</p> $S = \left\{ \frac{-\pi}{2}, \frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \frac{-3\pi}{4} \right\}$	1pt	<ul style="list-style-type: none"> - Transformations et résolution dans IR : 0,5pt - Ensemble solution : 0,5pt
2	1	Dessinez un graphe permettant de modéliser le réseau de transport de cette agence.	0,5pt	<ul style="list-style-type: none"> - Sommet : 0,25pt - Liaison : 0,25pt

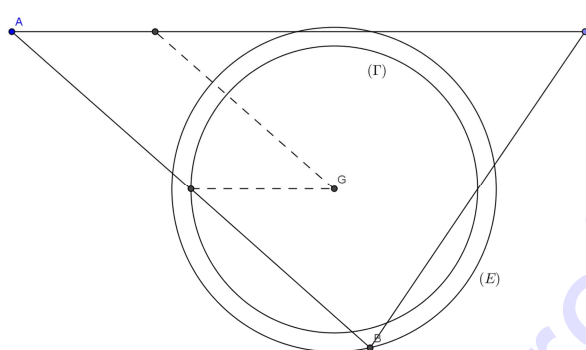
Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire												
2	Recopions le tableau donnée et complétons le avec le degré de chaque sommet.	<table border="1"> <tr> <td>Sommet</td> <td>B</td> <td>D</td> <td>E</td> <td>N</td> <td>Y</td> </tr> <tr> <td>Degré</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>4</td> </tr> </table>	Sommet	B	D	E	N	Y	Degré	2	2	1	1	4	1pt	<ul style="list-style-type: none"> - 1pt si tous les degrés sont justes - Sinon -0,25pt par degré faux
Sommet	B	D	E	N	Y											
Degré	2	2	1	1	4											
3	Décrivons tous itinéraires possibles qu'il peut emprunter. Itinéraire 1 : D—Y—N ; Itinéraire 2 : D—B—Y—N ;		0,5pt	0,25pt pour chaque itinéraire												
4a.	Modélisons la situation par un diagramme de Venn	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>E : Ensemble des voyageurs interrogés ; V : Ensemble des voyageurs ayant utilisé le bus VIP ; C : Ensemble des voyageurs ayant utilisé le bus classique ;</p> </div>	0,5pt	<p>Apprécier autre démarche : Exemple : $\text{Card}(V \cup C) = \text{Card}V + \text{Card}C - \text{Card}(V \cap C)$</p> <p>0,25pt pour la méthode 0,25pt pour le résultat</p>												
4b.	Trouvons le nombre de clients n'ont jamais voyagés avec l'un des types de bus	<p>Trouvons le nombre de clients ayant voyagés au moins une fois par l'un des deux types de bus. $40 + 10 + 25 = 75$</p> <p>Trouvons le nombre de clients n'ont jamais voyagés avec l'un des types de bus $100 - (40 + 10 + 25) = 25$</p>	0,5pt	<p>Apprécier la démarche 0,25pt pour la méthode 0,25pt pour le résultat</p>												

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
	4c.	Trouvons le nombre de clients n'ayant voyagés qu'en bus VIP $50-10 = 40$	0,5pt	0,25pt pour la méthode 0,25pt pour le résultat Apprécier la démarche
3	1	<p>Montrons que pour tout x élément de \mathcal{D}, on a : $f(x) = x + 3 + \frac{4}{x-2}$</p> <p><u>Méthode1 : Division Euclidienne</u> Effectuons la division euclidienne de $x^2 + x - 2$ par $x - 2$. On a :</p> $\begin{array}{r l} x^2 + x - 2 & x - 2 \\ -x^2 + 2x & \underline{ + 3} \\ \hline 3x - 2 & \\ -3x + 6 & \underline{ + 4} \\ \hline 4 & \end{array}$ <p><u>Méthode 2 :</u> $\forall x \in \mathcal{D}$, on a :</p> $\begin{aligned} x + 3 + \frac{4}{x-2} &= \frac{(x+3)(x-2) + 4}{x-2} \\ &= \frac{x^2 - 2x + 3x - 6 + 4}{x-2} \\ &= \frac{x^2 + x - 2}{x-2} \\ &= f(x) \end{aligned}$ <p>D'où $\forall x \in \mathcal{D}$, $f(x) = x + 3 + \frac{4}{x-2}$</p>	0,25pt	Apprécier la démarche
	2	<p>Etudions les variations de la fonction f. f est dérivable sur \mathcal{D} car elle est une fonction rationnelle.</p> $\forall x \in \mathcal{D}, f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-2)^2} = \frac{(x-2)^2 - 4}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2} = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$ <p>•Résolvons l'équation $f'(x) = 0$ On a :</p>		<ul style="list-style-type: none"> - Dérivée :0,25pt - Résolution de l'équation $f'(x)=0$: 0,25pt - Tableau de signe :

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire										
		<p>$\forall x \in \mathcal{D}$,</p> $f'(x) = 0 \text{ équivaut à } x = 4 \text{ ou } x = 0$ <p>•Tableau de signe de la dérivée</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> </table> <p>- Pour tout $x \in]-\infty; 0]$ et $x \in [4; +\infty[$, $f'(x) \geq 0$ alors f est croissante sur chacun de ces intervalles ;</p> <p>Pour tout $x \in [0; 2[$ et $x \in]2; 4]$, $f'(x) \leq 0$ alors f est décroissante sur chacun de ces intervalles .</p>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	+	1,25pt	<p>0,5pt</p> <p>- Sens de variation : 0,25pt</p>
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$										
$f'(x)$	+	0	-	+										
	3	<p>Dressons le tableau de variation de f.</p> <p>•Calcul des limites</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ <p>$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$</p> <p>•Tableau de variation</p>	0,75pt	<p>- Tableau de variation : 0,25pt par ligne</p>										

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire																			
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$-\infty$</td> <td>9</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	$f(x)$	$-\infty$	1	$-\infty$	9	$+\infty$		
x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$																		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$																	
$f(x)$	$-\infty$	1	$-\infty$	9	$+\infty$																		
	4	D'après l'énoncé, on a : $M\left(\frac{x}{f(x)}\right)$ et $P\left(\frac{x}{x+3}\right)$																					
	4a.	<p>Montrons que $\overline{PM} = \frac{4}{x-2}$</p> <p>On a :</p> $\overline{PM}\left(\frac{0}{f(x) - x - 3}\right)$ $\overline{PM} = f(x) - x - 3 = x + 3 + \frac{4}{x-2} - x - 3 = \frac{4}{x-2}$ <p>D'où</p> $\overline{PM} = \frac{4}{x-2}$	0,25pt	Apprécier la démarche																			
	4b.	<p>Calculons la limite de \overline{PM} lorsque x tend vers $+\infty$ ou $-\infty$</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \overline{PM} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x} = 0 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \overline{PM}$	0,5pt	- 0,25pt pour chaque limite trouvée																			
	4c.	<p>Etudions le signe de \overline{PM} sur chacun des intervalles $] -\infty ; 2[$ et $] 2 ; +\infty[$.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$\frac{4}{x-2}$</td> <td>$-$</td> <td></td> <td>$+$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	$\frac{4}{x-2}$	$-$		$+$	0,5pt	0,25pt pour chaque intervalle											
x	$-\infty$	2	$+\infty$																				
$\frac{4}{x-2}$	$-$		$+$																				

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
	4d.	Déduisons la position de (C_f) par rapport à (Δ) : $y = x + 3$ Il suffit d'étudier le signe $f(x) - y = \frac{4}{x-2} = \overline{PM}$ d'où pour $x \in]-\infty ; 2[$, la courbe (C_f) est en dessous de (Δ) pour $x \in]2 ; +\infty[$, la courbe (C_f) est au-dessus de (Δ) .	0,5pt	0,25pt pour chaque intervalle
	5a.	Traçons la droite (Δ) , la droite d'équation $x=2$ et (C_f) .	0,5pt	- Droite (Δ) : 0,25pt - Droite d'équation $x=2$: 0,25pt
	5b.		0,5pt	- Extremums : 0,25pt - Courbe (C_f) : 0,25pt

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
4	1	<p>Construisons le triangle ABC et plaçons le barycentre G</p> <p>G barycentre de $\{(A,1),(B,2),(C,1)\}$ donne $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ d'ou</p> 	0,75pt	<ul style="list-style-type: none"> - Triangle :0,25pt -Méthode de construction : 0,25pt -Construction de G: 0,25pt
	2	<p>Déterminons et représentons l'ensemble (Γ) des points M du plan tel que $\ \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\ = AC$</p> <p>On a :</p> $\ \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\ = AC \quad \text{équivaut à } \ (1 + 2 + 1)\overrightarrow{MG}\ = AC$ $\text{équivaut à } \ 4\overrightarrow{MG}\ = AC$ $\text{équivaut à } 4MG = AC$ $\text{équivaut à } MG = \frac{AC}{4} = \frac{12}{4} = 3$ <p>(Γ) est le cercle de centre G et de rayon 3cm</p>	1pt	<ul style="list-style-type: none"> - Transformation de la somme vectorielle : 0,25pt - MG :0,25pt - Conclusion : 0,25pt - Construction :0,25pt
	3a.	<p>Montrons que B appartient à (E)</p> <p>B appartient à (E) si et seulement si $\ \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BB} + \overrightarrow{BC}\ = \ \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\$.</p> <p>On a :</p> $\ \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BB} + \overrightarrow{BC}\ = \ \overrightarrow{BA} + \vec{0} + \overrightarrow{BC}\ = \ \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\ $ <p>D'où B appartient à (E)</p>	0,25pt	Apprécier la démarche
	3b.	<p>Déterminons et représentons (E). Soit H milieu du segment $[AC]$</p> <p>On a :</p>		<ul style="list-style-type: none"> - 0,25pt pour la transformation

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
		$\ \overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}\ = AC$ équivaut à $\ (1 + 2 + 1)\overrightarrow{NG}\ = \ \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HC}\ $ équivaut à $\ 4\overrightarrow{NG}\ = \ 2\overrightarrow{BH}\ $ équivaut à $4NG = 2BH$ équivaut à $NG = \frac{AC}{4} = \frac{12}{4} = 3$	0,75pt	- 0,25pt pour la conclusion - 0,25pt pour la construction
	4	Déterminons l'ensemble (F) des points M tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 2AB^2$ Soit J le projeté orthogonal de M sur (AB). On a : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AJ} \cdot \overrightarrow{AB} = 2AB^2 > 0$ \overrightarrow{AJ} et \overrightarrow{AB} sont colinéaires de même sens ; d'où $\overrightarrow{AJ} \cdot \overrightarrow{AB} = AJ \times AB = 2AB^2$ ce qui équivaut à $AJ = 2AB = 20$ (F) est la droite passant par J et orthogonale à (AB)	0,75pt	- projeté orthogonal de M sur (AB) : 0,25pt - Détermination de AH et procédure : 0,25pt - Conclusion : 0,25pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

Tâches	Solution	Barème	Commentaire
1	<p>Déterminons le nombre de jours au bout desquels le tunnel sera percé.</p> <p>Désignons par L_n la longueur(en mètre) forée après n jours. On a : $L_1 = 300$ et $L_{n+1} = L_n + 5$ (L_n) est une suite arithmétique de raison $r=5$ et de premier terme $L_1 = 300$. Ainsi, pour tout entier naturel non nul n, on a : $L_n = L_1 + (n - 1)r = 295 + 5n$ Le tunnel sera percé lorsque $L_n = 5km = 5000m$. $L_n = 5000 \quad \text{équivaut à} \quad 300 + 5(n - 1) = 5000$ $\text{équivaut à} \quad 295 + 5n = 5000$ $\text{équivaut à} \quad n = 941$ Le tunnel sera percé au bout 941 jours.</p>	1,5pt	C_1 : Interprétation correcte de la situation 0,25pt pour le choix de la suite 0,25pt pour l'expression de L_n en fonction de n C_2 : Utilisation correcte des outils 0,25pt pour $295 + 5n = 5000$ 0,25pt pour la valeur juste 941 C_3 : Cohérence

Tâches	Solution	Barème	Commentaire
			0,25pt pour l'unité - 0,25pt pour une bonne conclusion
2	<p>Vérifions si tous les câbles doivent suivre le support du segment [IJ]</p> <p>Les plans (AJB) et (CID) ne sont pas parallèles ; d'où leur intersection est une droite.</p> <ul style="list-style-type: none"> • $I \in (AB)$ ce qui implique $I \in (AJB)$ et $I \in (CID)$ • $J \in (DC)$ ce qui implique $J \in (CID)$ et $J \in (AJB)$ <p>Ainsi $\begin{cases} I \in (AJB) \cap (CID) \\ J \in (AJB) \cap (CID) \end{cases}$ d'où $(IJ) = (AJB) \cap (CID)$. Les plans (AJB) et (CID) ne sont pas parallèles ; d'où leur intersection est une droite.</p> <p>Donc tous les câbles doivent suivre le support du segment [IJ].</p>	1,5pt	<p>C_1 : Interprétation correcte de la situation 0,5pt pour l'évocation de la recherche de l'intersection des deux plans</p> <p>C_2 : Utilisation correcte des outils 0,5pt pour la démonstration de $(AJB) \cap (CID) = [IJ]$</p> <p>C_3 : Cohérence - 0,5pt pour une bonne conclusion</p>
3	<p>Déterminons la durée de route homologuée par le projet.</p> <p>Déterminons la durée de route homologuée par le projet Soit t la durée de route homologuée par le projet, et V la vitesse moyenne décidée par le projet. On a le système suivant :</p> $\begin{cases} Vt = 400 \\ (V + 20)(t - 1) = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Vt = 400 \\ Vt - V + 20t - 20 = 400 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} Vt = 400 \\ 20t - V = 20 \end{cases}$ <p>D'où l'équation $t(20t - 20) = 400 \Leftrightarrow 20t^2 - 20t - 400 = 0$ $\Leftrightarrow t^2 - t - 20 = 0$</p> <p>$\Delta = (-1)^2 - 4(-20) = 81$; $\sqrt{\Delta} = 9$ ainsi $t_1 = \frac{1-9}{2} = -4$; $t_2 = \frac{1+9}{2} = 5$; Donc la durée de route homologuée par le projet est de 5 heures</p>	1,5pt	<p>C_1 : Interprétation correcte de la situation 0,25pt pour le choix des inconnues 0,25pt pour le système posé</p> <p>C_2 : Utilisation correcte des outils 0,25pt pour $20t^2 - 20t - 400 = 0$ 0,25pt pour la valeur juste 5</p> <p>C_3 : Cohérence 0,25pt pour l'unité - 0,25pt pour une bonne conclusion</p>
	Présentation	0,5pt	- Clarté : 0,25pt - Orthographe et grammaire : 0,25pt