COLLEGE DE L'ESPERANCE			TEL 22 20 95 21	Année Scol.2011-2012
Epreuve : Mathématiques				
BACCALAUREAT BLANC	Tle C	Coef :5 Durée : 4H	Examinateur : AWONO.	

Exercice I/ **4,5pts**

Soit **a** un nombre entier naturel et **A** un nombre qui s'écrit 1335 en base a

1. **Détermine son écriture en base (a+1) (1pt)**
2. **Détermine a sachant que A écrit en base 10 est inférieur ou égal à 500 (1pt)**
3. Pour tout entier naturel n, on pose : $A_n = 3^{2n} - 2^n$ et $B = 3^{2n+1} + 2^{n+2}$

a) **Démontrer par récurrence sur n que A_n et B_n sont divisibles par 7 (1,5pt)**

b) **En déduis que les nombres $3^{28} - 2^{14}$ et $3^{81} + 2^{43}$ ne sont pas premiers entre eux**. **(1pt)**

Exercice II / **4,5pts**

On donne le polynôme définis par : $P(Z) = z^3 + (-5-i)z^2 + 2(5+3i)z - 8 - 16i$

1a) **Démontre que P admet une racine imaginaire z_0 (0,75pts)**

b)**En déduis que pour tout $z \in \mathbb{C}$, il existe a et b dans $\mathbb{C}$ tels que $p(z) = (z-2i)(z^2 + az + b)$ (0,75pt)**

2) **Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $p(z) = 0$ (1pt)**

3) On donne les points A (3+i), B (2i) et C (2- 2i)

a) **Vérifie que ABC est un triangle rectangle et isocèle (1pt)**

b) **Détermine l'écriture complexe de la similitude directe S telle que : S(B) = B et S (A) = C (1pt)**

Problème

ACR (Apprendre Comprendre Réussir)

I) on donne un espace vectoriel E et un endomorphisme f de E de matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 6 & 2 & -4 \\ 9 & 3 & -6 \end{pmatrix}$

Dans la base $\beta = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de E soient les vecteurs $\vec{e}_1 = \vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{e}_2 = 2\vec{j} + \vec{k}$; $\vec{e}_3 = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$

1.a) **Calcule A^2 (0,5pt)**

b) **Démontre que $\vec{e}_1$ et $\vec{e}_2$ sont deux vecteurs de ker f et que $\vec{e}_3$ est un vecteur de Im f. (1,5pt)**

2) a) **Démontre que $\beta' = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est une base de E**. **(0,5pt)**

b) **Détermine la matrice A de f dans la base β' (1pt)**

II) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé ($o, \vec{u}, \vec{v}$), on considère l'application f qui au point $M(x, y)$ associe le point $M'(x', y')$ tel que $\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$ on note Z l'affixe de M et Z' celui de M'

1 a) **exprime Z' en fonction de $\bar{Z}$ (0,5pt)**

b) **Démontre que $f = roS$ où S la symétrie orthogonale d'axe $(o, \vec{u})$ et r la rotation dont tu préciseras le centre et l'angle. (1pt)**

2. En décomposant r en deux symétries orthogonales d'axe sécante, **démontre que f est une symétrie orthogonale dont tu préciseras l'axe (1pt)**

3. on note g l'application du plan qui à tout point $M(x, y)$ associe le point $M''(x'', y'')$ tel que $\begin{cases} x'' = y + 2 \\ y'' = x + 1 \end{cases}$

On note Z l'affixe de M et Z'' l'affixe de M''

a) **Exprime Z'' en fonction de $\bar{Z}$ 0,5pt**

b) **Détermine la nature de l'isométrie t telle que g = t o f (1pt)**

c) On note **k** le milieu du segment [M M''] démontre que **K** appartient à une droite fixe lorsque M parcours le plan **(1pt).**

III OAB ET OCD sont deux triangles équilatéraux de sens direct ; E est un point tel que BOCE est un parallélogramme. Soit (Δ) et (Δ') deux droites orthogonales à la droite (BO) respectivement en O et en I milieu de [BO]

1a) réalise la figure (0,75pt)

b) Justifie que ($\vec{OI}, \vec{OC}$) = $\frac{\pi}{6}$ (0,5pt)

2. Soit f la transformation du plan telle que $f = r(0, \frac{\pi}{3})$ O $t_{\vec{BO}}$

a) **Démontre que f = R(A, $\frac{\pi}{3}$) (0,75 pt) .b) En déduis que ADE est un triangle équilatéral**. **(0,5pt)**

Bonne fin d'année 2011