

Collège Privé « Les Lilas »  
B.P. 1662 Yaoundé-Nkolmesseng  
Site web : [www.college-leslilas.cc](http://www.college-leslilas.cc)



Examen : Probatoire blanc N°1  
Session : Avril 2018  
Série : D  
Épreuve : Mathématiques  
Durée : 3h ; Coefficient: 4

### Exercice 1 : 4 points

I-  $ABCD$  est un carré de coté  $3\text{cm}$  et  $K$  le barycentre des points pondérés  $(A, -1)$ ,  $(B, 4)$ ,  $(C, 2)$  et  $(D, 1)$ . On note  $I$  le barycentre des points pondérés  $(A, -1)$  et  $(B, 4)$  et  $J$  celui de  $(C, 2)$  et  $(D, 1)$ .

- 1) a) Exprimer  $\vec{AI}$  en fonction de  $\vec{AB}$  et placer le point  $I$ . 0,5pt
- b) Exprimer  $\vec{CJ}$  en fonction de  $\vec{CD}$  et placer le point  $J$ . 0,5pt
- c) Placer le point  $K$  en justifiant. 0,5pt
- 2) Soit  $O$  le milieu de  $[AB]$ . Montrer que l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $MA^2 - MB^2 = -9$  est une droite  $(\Delta)$  que l'on déterminera et que l'on représentera. 1pt

- II- De combien de façons peut-on répartir 5 lots identiques entre 3 élèves sachant que :
- a) un élève peut recevoir 0, 1, 2, 3, 4 ou 5 lots ? 0,75pt
  - b) chaque élève doit recevoir au moins un lot ? 0,75pt

### Exercice 2 : 5 points

On considère l'équation  $(E): \frac{1}{2} \sin 2x - \sin^2 x + \sin x = 0$ .

- 1) Résoudre dans  $[0; 2\pi[$  l'équation  $\sin x = 0$ . 1pt
- 2) a) Déterminer les réels  $a$  et  $b$  tels que  $\cos x - \sin x = a \cos(x + b)$ . 1pt
- b) Résoudre dans  $[0; 2\pi[$  l'équation  $\cos x - \sin x + 1 = 0$ . 1,25pt
- 3) Exprimer  $\sin 2x$  en fonction de  $\cos x$  et  $\sin x$ . 0,5pt
- 4) a) Montrer que l'équation  $(E)$  est équivalente à  $\sin x (\cos x - \sin x + 1) = 0$ . 0,5pt
- b) En déduire les solutions de  $(E)$  dans l'intervalle  $[0; 2\pi[$  et placer les images de ces solutions sur le cercle trigonométrique. 0,75pt

**Problème : 11 points**

Les deux parties sont indépendantes.

**Partie A :**

$f$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R} - \{-1\}$  par  $f(x) = \frac{x^2+2x+2}{-x-1}$ . On note  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$  du plan (unité : 1cm).

- 1) Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition. 1pt
- 2) Déterminer la dérivée  $f'$  de  $f$  puis étudier son signe. 1pt
- 3) Dresser le tableau de variation de  $f$ . 0,75pt
- 4) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que pour tout  $x \neq -1$ ,  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ . 1pt
- 5) Donner en justifiant, les équations cartésiennes des asymptotes à  $(C_f)$ . 0,75pt
- 6) Montrer que le point  $\Omega(-1; 0)$  est centre de symétrie de la courbe  $(C_f)$ . 1pt
- 7) Etudier les positions relatives de la courbe  $(C_f)$  par rapport à son asymptote oblique. 1pt
- 8) Construire la courbe  $(C_f)$ . 1pt

**Partie B :**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par  $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{2} \end{cases}$ . On pose pour tout entier naturel  $n$ ,

$$v_n = u_n - 2.$$

- 1) Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{4}$ . Préciser son premier terme. 1pt
- 2) Exprimer  $v_n$ , puis  $u_n$  en fonction de  $n$ . 1pt
- 3) Déterminer  $u_5$ . 0,25pt
- 4) On pose  $S = v_0 + v_1 + \dots + v_9$  et  $T = u_0 + u_1 + \dots + u_9$ . Calculer  $S$  et montrer que  $T = 24 - \frac{1}{4^9}$ . 1,25pt