

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1. 7.5pts

1. Montrer que $\ln 2 + \ln 4 + \ln 8 + \ln 16 = 10 \ln 2$. 0.5pt
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $3(\ln 2x)^2 - 5 \ln 2x + 2 = 0$. 1pt
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $3e^{2x} - 5e^x + 2 > 0$. 1.5pt
4. Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes suivants :
 - a) $\begin{cases} \ln(xy) = 0 \\ e^{x+2} = e^{4-y} \end{cases}$ 1.5pt
 - b) $\begin{cases} x - y = 1 \\ \ln x + \ln y = \ln 12 \end{cases}$ 1pt
5. Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système : $\begin{cases} 2e^x + 5 \ln y - \sqrt{z} = 4 \\ e^x + \ln y + 2\sqrt{z} = 7 \\ e^x + 3\sqrt{z} = 9 \end{cases}$ 2pts

EXERCICE 2. 3pts

Une Urne contient 2 boules noires, 3 boules rouges et 4 boules vertes, toutes indiscernable au toucher. On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne.

1. De combien de façon peut-on tirer les 3 boules ? 0.5pt
2. De combien de façon peut-on tirer les 3 boules dans chacun des cas suivants :
 - a) Les trois boules sont de couleurs différentes. 0.5pt
 - b) Les trois boules sont de même couleur. 0.5pt
 - c) Parmi les boules tirées, on a au moins une boule noire. 1pt
 - d) Il n'y a aucune boule noire parmi les boules tirées (on utilisera le complémentaire). 0.5pt

PROBLEME. 9.5pts

On considère la fonction f donc le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		\emptyset		\emptyset	
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$

1. Déterminer le domaine de définition de f. 0.5pt
2. Déterminer les limites de f aux bornes du domaine de définition. 1pt
3. On suppose que pour tout x élément du domaine de définition, $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x-1}$.
 - a) Calculer f'(x) en fonction de a, b et c. 0.5pt
 - b) Déterminer les valeurs des réels a, b et c. 1.5pt
4. Pour des valeurs de a, b et c trouvées à la question 3-b), déterminer trois réels α, β et γ tel que pour tout x du domaine de f, $f(x) = \alpha x + \beta + \frac{\gamma}{x-1}$. 1pt
5. Montrer que la droite d'équation $y=x-1$ est asymptote oblique à la courbe de f. 0.5pt
6. a) déterminer les coordonnées du point de rencontre des asymptotes (oblique et verticale). 0.5pt
- b) Montrer que le point A(1,0) est centre de symétrie pour la courbe de f. 0.5pt
7. Déterminer l'équation de la tangente (D) à la courbe (Cf) de f au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$. 1pt

8. Construire la courbe (Cf) de la fonction f, ses tangentes et la droite (D) dans un repère orthonormé (O, I, J). 1.5pt
9. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x)=0$ et l'inéquation $f(x)>2$ 1pt

Proposé par : Ndajieu Jimmy