

Cette épreuve est constituée de deux exercices et d'un problème étalés sur 2 pages que chaque candidat traitera obligatoirement.

EXERCICE 1 : 5 points

- Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système d'inconnue (x, y, z) :
$$\begin{cases} x + y - 2z = 7 \\ 2x - y + z = 0 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$$
 1pt
- En déduire la solution dans \mathbb{R}^3 du système d'inconnue (a, b, c) :
$$\begin{cases} \ln a + e^b - 2 \ln c = 7 \\ 2 \ln a - e^b + \ln c = 0 \\ 3 \ln a + e^b + \ln c = 8 \end{cases}$$
 1pt
- (a) Pour quelles valeurs de x les expressions $\ln(x^2 + x)$ et $\ln(x + 3)$ sont-elles définies simultanément ? **0,75pt**
(b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\ln(x^2 + x) = \ln 2 + \ln(x + 3)$. **0,75pt**
- Soient a et b deux nombres réels et soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par :
$$g(x) = ax + b + \frac{\ln x}{x}$$

(a) Vérifier que pour tout $x > 0$, $g'(x) = a + \frac{1 - \ln x}{x^2}$ où g' est la dérivée de g . **0,5pt**
(b) Déterminer a et b pour que la courbe (C_g) de g passe par le point $A(1; 0)$ et qu'en ce point, elle admette une tangente parallèle à la droite \mathcal{D} d'équation $y = 2x$. **1pt**

EXERCICE 2 : 5 points

On a relevé pour un groupe d'élèves d'une classe de terminale la note en philosophie (x_i) et la note en mathématiques (y_i) de chacun d'eux :

| | | | | | | | | | | |
|-------------|------|----|----|----|------|----|------|------|----|----|
| Philo x_i | 7 | 7 | 8 | 9 | 9 | 10 | 11 | 12 | 14 | 16 |
| Maths y_i | 10,5 | 10 | 11 | 12 | 11,5 | 12 | 12,5 | 13,5 | 14 | 15 |

- Représenter le nuage des points de coordonnées (x_i, y_i) associé à cette série. **1,5pt**
- Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage. **0,5pt**
- On considère les sous séries extraites suivantes :

| | | | | | | | | | | | |
|-------|------|----|----|----|------|-------|----|------|------|----|----|
| x_i | 7 | 7 | 8 | 9 | 9 | x_i | 10 | 11 | 12 | 14 | 16 |
| y_i | 10,5 | 10 | 11 | 12 | 11,5 | y_i | 12 | 12,5 | 13,5 | 14 | 15 |

- Déterminer les coordonnées des points moyens respectifs G_1 et G_2 de chaque sous-série. **1pt**
 - Donner une équation cartésienne de la droite (G_1G_2) . **1pt**
- Utiliser le résultat précédent pour estimer :

(a) La note en mathématiques d'un élève ayant obtenu 15 en philosophie. **0,5pt**

(b) La note en philosophie d'un élève ayant obtenu 13 en mathématiques. **0,5pt**

PROBLEME : 10 points

Le problème comporte deux parties indépendantes A et B

PARTIE A : 8 points

Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x - 2 + e^{-x}$ et on note (C_f) sa courbe représentative.

1. (a) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **1pt**

(b) Montrer que la droite $(\mathcal{D}) : y = x - 2$ est asymptote à la courbe (C_f) en $+\infty$. **0,5pt**

(c) Etudier la position de (C_f) par rapport à (\mathcal{D}) . **0,5pt**

2. (a) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe. **1pt**

(b) Dresser le tableau de variation de f . **1pt**

3. (a) Recopier et compléter le tableau suivant par des nombres décimaux d'ordre 2. **1,5pt**

| | | | | | | | | | | |
|--------|----|------|----|------|---|-----|---|-----|---|---|
| x | -2 | -1,1 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | 1,7 | 2 | 3 |
| $f(x)$ | | | | | | | | | | |

(b) Tracer la courbe (C_f) et la droite (\mathcal{D}) . **1pt**

4. (a) Déterminer les primitives de la fonction f sur \mathbb{R} . **1pt**

(b) En déduire la primitive de f qui prend la valeur 1 en 0. **0,5pt**

PARTIE B : 2 points

On lance simultanément deux dés cubiques, non pipés, dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

Le résultat est le plus grand des deux nombres obtenus.

1. Calculer les probabilités des événements suivants :

(a) A : «le résultat est inférieur ou égal à 2». **0,5pt**

(b) B : «le résultat est supérieur ou égale à 3». **0,5pt**

2. Un joueur mise 100 frs à la banque, puis il lance les dés :

- si le résultat est 6, il ne reçoit rien de la banque ;
- si le résultat est 4 ou 5, la banque lui donne 200 frs ;
- si le résultat est 2 ou 3, la banque lui donne 400 frs
- si le résultat est 1, la banque lui donne 800 frs.

Quelles sont les gains possibles du parieur ? **1pt**

(ex : si le résultat est 3 la banque donne 400 frs. Le parieur ayant misé 100 frs avant, son gain est alors de 300 frs.)