

## Sujet

### Exercice : (8 points)

Un sac contient dix objets :  $n$  objets sont noirs ; les autres sont blancs. On extrait simultanément deux objets du sac. Les tirages étant équiprobables, quelles sont les probabilités d'obtenir :

1. Deux objets de couleurs différentes?
2. Deux objets noirs ?
3. Deux objets blancs ?

Calculer  $n$  pour que cette dernière probabilité soit égale à  $\frac{7}{15}$

### Problème : (12 points)

Le plan est muni du repère orthonormé  $(O, \vec{I}, \vec{J})$ .

Soit la fonction  $f$  de  $\mathbb{R}^*$  dans  $\mathbb{R}$  définie par :  $f(x) = \frac{\ln x}{1 + \ln x}$  et  $(C)$  sa courbe représentative (unité graphique  $2cm$ ).

1. Déterminer l'ensemble de définition  $D_f$  de  $f$
2. Déterminer les nombres réels  $a$  et  $b$  tels que, pour tout  $x$  de  $D_f$ ,  $f(x) = a + \frac{b}{1 + \ln x}$
3. Calculer les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$  et interpréter graphiquement les résultats obtenus.
4. a) Déterminer la fonction dérivée  $f'$  de  $f$ .  
b) En déduire le sens de variation de  $f$  et dresser son tableau de variation.
5. a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $f(x) = \frac{1}{2}$   
b) Déterminer une équation de la tangente  $(T)$  à  $(C)$  au point d'ordonnée  $\frac{1}{2}$
6. Construire la tangente  $(T)$  et la courbe  $(C)$