

MEPU-A/SNESCO

BACCALAUREAT - SESSION 2020

Profils : Sciences Expérimentales

Epreuve de : Mathématiques

Coefficient : 3

Durée : 3 heures

Sujet

Exercice : (08 points)

On considère dans \mathbb{C} l'équation (E) : $4z^3 - 6i\sqrt{3}z^2 - 3(3 + i\sqrt{3})z - 4 = 0$

1. Déterminer les racines carrées de $6 + 6i\sqrt{3}$
 2. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $2z^2 - (1 + 3i\sqrt{3})z - 4 = 0$
 3. a) Développer, réduire et ordonner $2z + 1$ et $2z^2 - (1 + 3i\sqrt{3})z - 4$
b) En déduire les solutions de (E).
- 4) Soit $z_0 = -\frac{1}{2}$; $z_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$; $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$

Exprimer chacun des nombres complexes z_0 ; z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

Problème : (12 points)

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = x + \frac{\ln x}{x}$

On note (C) la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal (o, \vec{i}, \vec{j}) (Unité graphique : 3cm)

1. On note (C) la courbe représentative de la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x^2 + 1 - \ln x$

Etudier les variations de g sur $]0; +\infty[$, puis en déduire le signe de g sur $]0; +\infty[$

- 1) Déterminer la limite en 0 de la fonction f . Quelle est l'interprétation graphique de ce résultat ?
- 2) Déterminer la limite en $+\infty$ de f puis montrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe (C).
- 3) Calculer $f'(x)$ pour tout réel x de $]0; +\infty[$
- 4) En déduire le sens de variation de f sur $]0; +\infty[$, puis dresser le tableau de variation de f
- 5) Déterminer le point A de la courbe (C) en lequel la tangente (T) est parallèle à la droite (D)

6) Tracer la droite (D) et (T), et la courbe (C).

7) Montrer que

<https://grandprof.net> ©