BAC SM Mathématiques

MEPU-A/SNESCO BACCALAUREAT - SESSION 2014

Profils : Sciences Mathématiques

Epreuve de : Mathématiques Coefficient : 4 Durée : 4 heures

Sujet

Exercices

A) On considère les trois entiers naturels a, b, c qui s'écrivent dans la base n :
$a = 111, b = 114, c = 13054$

1. Sachant que $c = ab$, déterminer n, puis l'écriture de chacun des nombres a, b, c dans le système décimal.
2. Vérifier, en utilisant l'algorithme d'Euclide, que a et b sont premiers entre eux. En déduire les solutions dans $\mathbb{Z}^2$ de l'équation $ax + by = 1$.

B) Une variable aléatoire X prend les valeurs $1; -1$ et 2 avec les probabilités respectives e^a, e^b, e^c où a, b, c sont en progression arithmétique. On suppose que l'espérance mathématique $E(X)$ de X est égale à 1.

1. Calculer a, b, c et la variance $V(X)$ de X.
2. Soit A, B, C trois points d'abscisses respectives $1; -1$ et 2 d'une droite graduée (Δ).
   a) Calculer l'abscisse du point G barycentre de $\{(A; 1), (B; 2), (C; 4)\}$.
   b) On pose : $\varphi(M) = \frac{1}{7}(MA^2 + 2MB^2 + 4MC^2)$ où M est un point de (Δ).
   Montrer que $\varphi(M) = V(X)$.
   c) Déterminer l'ensemble (Γ) des points M de (Δ) tels que $\varphi(M) = 3$.

PROBLEME

Partie A

On considère la fonction g dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $g(x) = (1 - x)e^{1-x} - 1$

1. a) Justifier que la limite de g en $+\infty$ est -1 b) Déterminer la limite de g en $-\infty$
2. a) Démontrer que pour tout x élément de $\mathbb{R}$, $g'(x) = (x - 2)e^{1-x}$
   b) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.

Nb : Cette version est une version transcrite des extraits de l'originale. Elle peut donc contenir des erreurs de frappe, d'orthographe ou de données. Prière de nous faire parvenir toutes erreurs à l'adresse suivante : contact@exam224.com

3. a) Démontrer que l'équation $x \in R, g(x) = 0$ admet une solution unique α.

   b) En déduire que :

   $\forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) > 0$

   $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) < 0$

Partie B

On considère la fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $f(x) = xe^{1-x} - x + 2$.

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. L'unité graphique est $2cm$.

1. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. a) Démontrer que f est une primitive de g.

   b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
3. .a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est une asymptote oblique à (C) en $+\infty$