

REPUBLIQUE GABONAISE
DIRECTION DU BACCALAUREAT

2012 MATHÉMATIQUES

Série : A1

Durée : 4 heures

Coef : 4

Exercice 1 (5 points)

Pour lancer un nouveau produit sur un marché, une société effectue un sondage auprès des potentiels clients.

Le tableau suivant donne les résultats du sondage où X représente le nombre des clients (en centaines) et y le prix du produit (en milliers de FCFA)

x_i	42	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	28	27
y_i	10	11	13	15	17	19	22	25	28	32	36	40	44	47

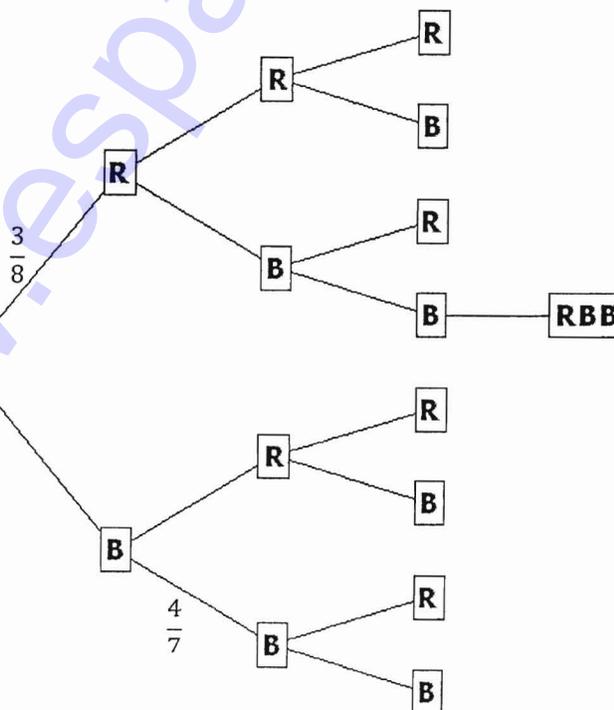
- Représenter le nuage de points correspondant dans un repère orthonormal. On prendra pour unité graphique :
1 cm pour en abscisses ;
1 cm pour 2 unités en ordonnées.
Et pour origine le point de coordonnée (26 ; 10).
- Calculer les coordonnées du point moyen $G(\bar{x} ; \bar{y})$ et le placer sur le graphique précédent.
- Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y .
- Déterminer une équation de la droite de régression (D) de y en x par la méthode de moindres carrés.

Exercice 2 (5 points)

Une urne contient 8 jetons 5 blancs et 3 rouges.

On tire un premier jeton, puis un deuxième, puis un troisième (sans remettre les jetons tirés).

- Recopier et compléter l'arbre suivant.



- Calculer la probabilité de l'événement A : « Obtenir 3 jetons blancs ».

- 3) Décrire par une phrase l'événement contraire de A . Calculer sa probabilité.
- 4) Déterminer la probabilité de l'événement B : « Obtenir 2 jetons rouges ».
- 5) Calculer la probabilité de l'événement C : « Obtenir un jeton blanc au deuxième tirage ».

Problème (10 points)

Soit la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x + \ln x}{x^2}$$

On désigne par C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; I, J)$ d'unité graphique 2 cm.

Partie A : Étude d'une fonction auxiliaire

Soit h la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $h(x) = 1 - x - 2\ln x$.

- 1) Calculer $h'(x)$ où h' est la dérivée de la fonction h .
- 2) Étudier le sens de variation de h .
- 3) Dresser le tableau de variation de h (le calcul des limites n'est pas demandé).
- 4) a) Calculer $h(1)$.
b) En déduire le signe de $h(x)$ suivant les valeurs de x .

Partie B : Étude de la fonction f

- 1) Déterminer les limites $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, puis interpréter graphiquement ces résultats
- 2) Soit f' la dérivée de f .
a) Calculer $f'(x)$.
b) Montrer que pour x élément de $]0 ; +\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x)}{x^3}$.
c) En déduire le sens de variation de f .
d) Établir le tableau complet des variations de f .
- 3) a) Montrer que pour tout x appartenant à $]1 ; +\infty[$, $f(x) > 0$.
b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]\frac{1}{2} ; 1[$.
c) Vérifier que $0,56 < \alpha < 0,57$.
- 4) Tracer la courbe C . (on prendra $\alpha \approx 0,56$)

Partie C : Calcul d'aire

On considère la fonction F définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$F(x) = \ln x - \frac{1 + \ln x}{x}$$

- 1) Vérifier que F est une primitive de f sur $]0 ; +\infty[$.
- 2) Calculer la valeur exacte de l'aire, en cm^2 , du domaine plan limité par la courbe C , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE,
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET TECHNIQUE,
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE,
DE LA CULTURE, DE LA JEUNESSE ET DES SPORTS

REPUBLIQUE GABONAISE
Union – Travail – Justice

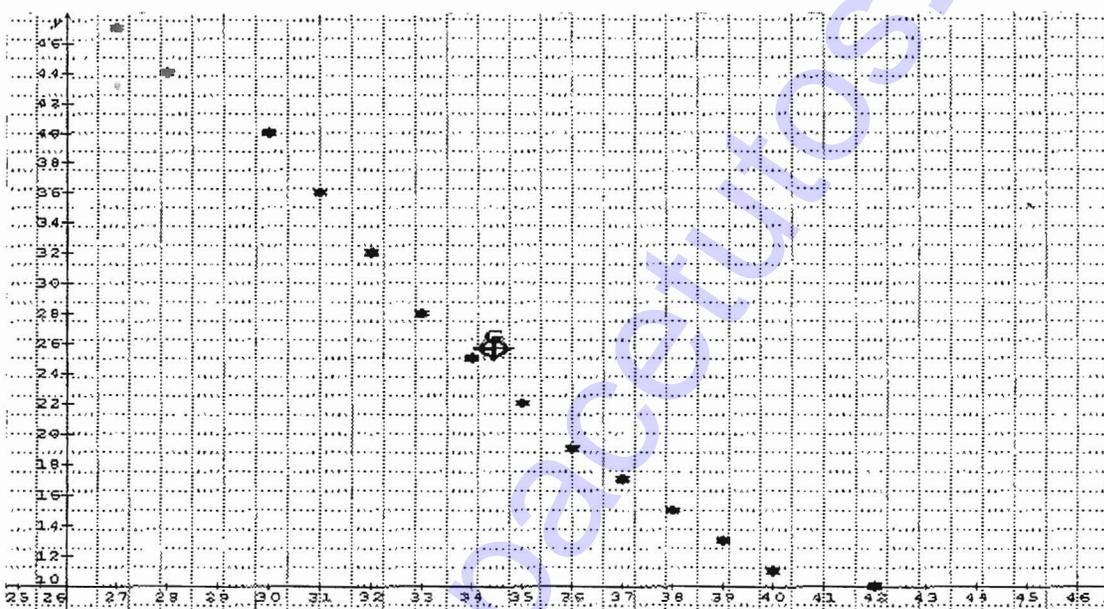
DIRECTION GÉNÉRALE DES EXAMENS ET CONCOURS

DIRECTION DU BACCALAUREAT

Proposition de correction BAC 2012
Série A1

Exercice 1 (5 points)

1. Nuage de points



2. Coordonnées du point moyen

$$\bar{x} = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} x_i = 34,4286 \quad \text{et} \quad \bar{y} = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} y_i = 25,6429$$

Voir figure pour le point G.

3. Détermination du coefficient de corrélation linéaire

$$r = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sqrt{V(x)V(y)}}$$

$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} x_i y_i - \bar{x} \times \bar{y} = -51,7755$$

$$V(x) = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} x_i^2 - (\bar{x})^2 = 19,102057 \quad \text{et} \quad V(y) = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} y_i^2 - (\bar{y})^2 = 144,086413$$

d'où $r = -0,986899$

4. Droite de régression de y en x

L'équation de la droite de régression obtenue par la méthode des moindres carrés est donnée par

$$y = ax + b$$

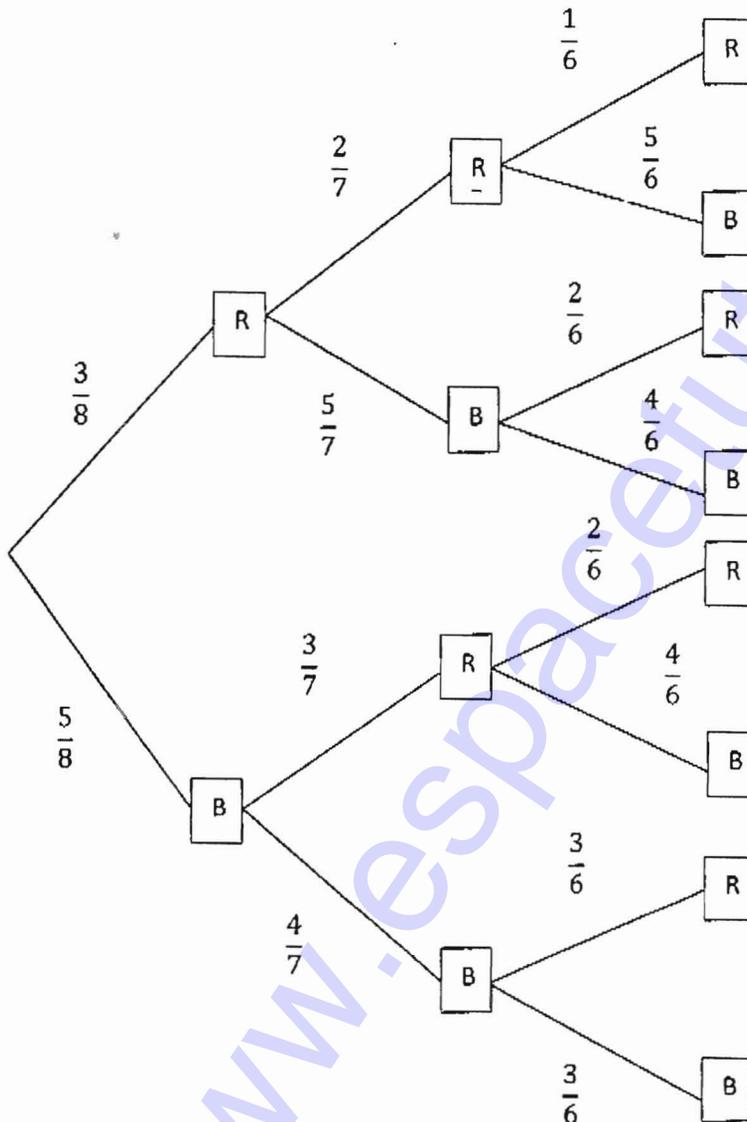
avec :

$$a = \frac{\text{cov}(x, y)}{V(x)} = -2,71047 \text{ et } b = \bar{y} - a\bar{x} = 118,96047$$

d'où $y = -2,71x + 118,96$.

Exercice 2

1. Arbre complet



2. Probabilité de l'évènement A

$$p(A) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{5}{28}$$

3. \bar{A} : « Obtenir au moins un jeton rouge »

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{5}{28} = \frac{23}{28}$$

4. Probabilité de l'évènement B

$$p(B) = p(RRB) + p(RBR) + p(BRR) = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} \times \frac{5}{6} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{15}{56}$$

5. Probabilité de l'évènement C

$$p(C) = p(RBR) + p(RBB) + p(BBR) + p(BBB) = \frac{35}{56}$$

Problème**Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire**

1. Dérivée

$$h'(x) = -1 - \frac{2}{x}$$

2. Sens de variation

$$h'(x) = -1 - \frac{2}{x} < 0 \text{ pour } x \in]0; +\infty[:$$

la fonction h est strictement décroissante.

3. Tableau de variation

x	0	$+\infty$
$h'(x)$		-
$h(x)$		

4. a) Calcul de $h(1)$

$$h(1) = 1 - 1 - 2\ln 1 = 0$$

b) D'après le sens de variation de h , on a :

$$0 < x < 1 \Rightarrow h(x) > h(1)$$

$$x > 1 \Rightarrow h(x) < h(1)$$

or $h(1) = 0$, on obtient :

$$h(x) > 0 \text{ pour } x \in]0; 1[\text{ et } h(x) < 0 \text{ pour } x \in]1; +\infty[$$

Partie B : Etude de la fonction f

1. Limites

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} (x + \ln x) = -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x^2} \right) = 0$$

Interprétation graphique

L'axe des abscisses ($y = 0$) et l'axe des ordonnées ($x = 0$) sont asymptotes à (C)

2. a) Dérivée

$$f'(x) = \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)x^2 - 2x(x + \ln x)}{x^4} = \frac{-x^2 + x - 2x \ln x}{x^4}$$

b) Vérification

$$f'(x) = \frac{x(1 - x - 2 \ln x)}{x^4} = \frac{1 - x - 2 \ln x}{x^3} = \frac{h(x)}{x^3}$$

c) Sens de variation de f

Comme $x > 0$, $f'(x)$ a le signe de $h(x)$.

$f'(x) > 0$ pour $x \in]0; 1[$ et f est strictement croissante sur $]0; 1[$.

$f'(x) < 0$ pour $x \in]1; +\infty[$ et f est strictement décroissante sur $]1; +\infty[$.

MINISTRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE,
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET TECHNIQUE,
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE,
DE LA CULTURE, DE LA JEUNESSE ET DES SPORTS

REPUBLIQUE GABONAISE
Union – Travail – Justice

DIRECTION GÉNÉRALE DES EXAMENS ET CONCOURS

DIRECTION DU BACCALAUREAT

PROPOSITION DE
GRILLE DE CORRECTION BAC 2012
Série A1

Exercice 1 (5 points)

1)	Repère orthogonal		0,25 point	1
	Nombre de points ≤ 7		0	
	Nombre de points entre 7 et 9		0,5	
	Nombre de points ≥ 10		0,75	
2)	Calcul de \bar{x} (avec ou sans formule)		0,25	0,75
	Calcul de \bar{y} (avec ou sans formule)		0,25	
	Repérage du point G sur le graphique		0,25	
3)	Coefficient de corrélation (résultat plaqué)		1	2
	Covariance	Formule	0,25	
		Résultat	0,25	
	Variance de x	Formule	0,25	
		Résultat	0,25	
	Variance de y	Formule	0,25	
		Résultat	0,25	
	Coefficient de corrélation	Formule	0,25	
Résultat		0,25		
4)	Equation juste (plaquée)		0,5	1,25
	Coefficient directeur	Formule	0,25	
		Résultat	0,25	
	Ordonnée à l'origine	Formule	0,25	
		Résultat	0,25	
	Equation		0,25	

Exercice 2 (5 points)

1)	Arbre complété	Quatre premières branches	0,25x4	2
		Quatre derniers nœuds	0,25x4	
2)	Démarche	Structurée	0,5	0,75
		Peu structurée	0,25	
		Résultat juste $p(A)$ et/ou plaqué	0,25	
3)	Phrase correcte		0,25	0,75
	Formule $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$		0,25	
	Résultat juste		0,25	
4)	Démarche	Structurée	0,5	0,75
		Peu structurée	0,25	
		Résultat juste $p(B)$ et/ou plaqué		

A1

5)	Démarche	Structurée	0,5	0,75
		Peu structurée	0,25	
	Résultat juste $p(C)$ et/ou plaqué		0,25	

Problème (10 points)

Partie A (3 points)

	Dérivée	$x \mapsto 1 - x$	0,25	1
		$x \mapsto \ln x$	0,25	
		$x \mapsto -2\ln x$	0,5	
	Résultat direct		1	
	Résultat avec erreur de signe		0,75	
2)	Signe de $h'(x)$		0,5	0,75
Sens de variation de la fonction h		0,25		
3)	Tableau de variation		0,25	0,25
4)	a)	Calcul de $h(1)$	0,25	0,25
	b)	Signe de $h(x)$	Démarche structurée + résultat	0,75
			Démarche peu structurée + résultat	0,5
			Résultat plaqué	0,25

Partie B (5,5 points)

1)	Limite en 0	Justification	0,25	0,5	
		Résultat	0,25		
	Limite en $+\infty$	Justification	0,25	0,5	
		Résultat	0,25		
Interprétation			0,25x2	0,5	
2)	a)	Démarche	0,25	0,75	
		Développement	0,25		
		Résultat après réduction	0,25		
	b)	Vérification	0,25	0,25	
	c)	Signe de $f'(x)$	Sens de variation de f	0,25	0,5
				0,25	
	d)	Calcul de $f(1)$	Tableau de variation complet	0,25	0,75
				0,5	
	3)	a)	Justification	0,25	0,25
		b)	Théorème des valeurs intermédiaires	$f\left(\frac{1}{2}\right) \times f(1) < 0$	0,25
Reste du théorème et conclusion				0,25	
c)	$f(0,56) \times f(0,57) < 0$	0,25	0,25		
4)	Repère		0,25	0,75	
	Courbe		0,5		

Partie C (1,5 point)

1)	Vérification	Calcul de $F'(x)$	Calcul	0,25	0,75
			Résultat après simplification	0,25	
		Conclusion		0,25	
2)	Unité d'aire		0,25	0,75	
	Interprétation de l'aire sous forme d'une intégrale		0,25		
	Résultat		0,25		