maXi. MATHS
Le Guide

# mathematiques

## 2ème année du Cycle Secondaire Collégial

# GUIDE DE L'ENSEIGNANTE ET DE L'ENSEIGNANT


**Auteurs**

Said **KHILI**
Professeur principal de l'enseignement secondaire qualifiant
(coordinateur)

Abdelaziz **MOUNTAJ**
Inspecteur principal de l'enseignement secondaire qualifiant

Hassan **BARROU**
Professeur principal de l'enseignement secondaire qualifiant

jamal **ABDERRAHMANE**
Professeur principal de l'enseignement secondaire qualifiant, formateur CRMEF Casablanca



EDITIONS Plus
إديسيون بلوس

Tous droits réservés

Maxi. MATH

**GUIDE DE L'ENSEIGNANTE ET DE L'ENSEIGNANT**

Édition: 2020

Dépôt Légal: .....

ISBN: .....

# Avant-propos

Bien réel est le plaisir que nous éprouvons en vous présentant ce guide du professeur dont les objectifs se présentent comme suit:

- Faciliter la tâche du professeur;
- Consolider et enrichir ses connaissances pédagogiques et didactiques;
- Organiser les situations d'enseignement/apprentissage;
- Optimiser l'usage et les bénéfices du manuel de l'élève.

Ce guide fournit, par ailleurs, des orientations et des repères didactiques permettant à l'enseignant de conduire son action dans les meilleures conditions.

Cet ouvrage est composé de deux parties.

**partie 1:** présente des références institutionnelles, théoriques, pédagogiques et didactiques visant à initier l'élève à une démarche scientifique, axée sur la recherche et la résolution de problèmes selon une démarche structurée et structurante.

**partie 2:** présente des fiches didactiques.

Chaque chapitre est traité comme suit:

- Aperçu historique et / ou culturel;
- Côté pédagogique;
- Gestion des activités;
- Corrigé ou indications des solutions des exercices proposés dans le manuel de l'élève.

A la fin du guide, des références bibliographiques et webographiques pour sont présentées l'auto-formation et la guidance.

Nous espérons que ce guide sera d'un précieux apport pour les enseignantes et les enseignants dans l'accomplissement de leur noble mission qui consiste à former les citoyens et les citoyennes de demain.

# Sommaire


| Partie 1: | |
|---|---|
| 1. Cadre de référence | 6 |
| 2. Cadre conceptuel | 9 |
| 3. Résolution de problèmes | 16 |
| 4. Pratiques d'évaluation | 24 |
| 5. Remédiation | 27 |
| 6. Utilisations des TICE | 31 |
| **Partie 2:** | |
| 1. Introduction | 35 |
| 2. Instructions officielles | 39 |
| 3. Fiches didactiques | 45 |
| 4. Références | 175 |

# Partie 1:

1. Cadre de référence
2. Cadre conceptuel
3. Résolution de problèmes
4. Pratiques d'évaluation
5. Remédiation
6. Utilisation des TICE

# 1. Cadre de référence

## 1 Cadre de référence :

### 1.1. La charte nationale de l'éducation et de la formation[1]:

La charte nationale de l'éducation et de la formation précise que la finalité majeure de la réforme de l'éducation et de la formation est de placer l'apprenant au centre de la réflexion et de l'action pédagogiques. Dans cette perspective, elle se doit d'offrir aux élèves marocains les conditions nécessaires à leur éveil et à leur épanouissement.

Partant de la finalité précédente, cette charte précise que :

- le système d'éducation et de formation doit s'acquitter intégralement de ses fonctions envers les élèves, en leur offrant l'occasion d'acquérir les valeurs, les connaissances et les habiletés qui les préparent à s'intégrer.
- La nouvelle école nationale marocaine doit devenir : une école vivante, grâce à une approche pédagogique fondée sur l'apprentissage actif, non la réception passive ; la coopération, la discussion et l'effort collectifs, non le travail individuel seul ; une école ouverte sur son environnement, grâce à une approche pédagogique fondée sur l'accueil de la société au sein de l'école, et la sortie de l'école vers la société avec tout ce qui peut être engendré comme bénéfice pour la nation ; cela nécessite de tisser de nouveaux liens solides, entre l'école et son environnement social, culturel et économique.

### 1.2. Le document cadre des choix et des orientations pédagogiques[2]:

En prenant en considération la philosophie de l'éducation qui figure dans la charte d'éducation et de formation, le document cadre des choix et des orientation pédagogiques a précisé les choix de l'école marocaine dans le domaine des valeurs et le domaine de développement des compétences :

**Les choix dans le domaine des valeurs**

- les valeurs de la religion islamique de tolérance ;
- les valeurs de l'identité civilisationnelle et ses principes moraux et culturels ;
- les valeurs de citoyenneté ;

1- الميثاق الوطني للتربية والتكوين – المملكة المغربية.

2- المملكة المغربية – وزارة التربية الوطنية – الكتاب الأبيض–الجزء الأول – الاختيارات والتوجهات التربوية العامة المعتمدة في مراجعة المناهج التربوية يونيو 2002

- les valeurs des droits de l'homme et leurs principes universels.

**Les choix dans le domaine des compétences**

Selon le document cadre les compétences peuvent être:

- **Stratégiques** : connaître soi ; se situer dans le temps et l'espace ; se situer par rapport à l'autre et par rapport aux institutions sociétales ; s'adapter aux contraintes de l'environnement.

- **Communicatives** : la maîtrise de la langue arabe, l'intégration de l'enseignement de la langue amazighe, la maîtrise des langues étrangères, la maîtrise des règles de base du fonctionnement de la langue et l'interaction entre tous les paramètres de production du discours.

- **Méthodologiques** : développer l'attitude réflexive, la perception intellectuelle et la stratégie de travail.

- **Culturelles** : développement du patrimoine culturel de l'apprenant(e), l'élargissement de sa conception et de sa vision du monde et de la civilisation humaine. Renforcement de son identité nationale marocaine afin de la rendre en harmonie avec soi-même, avec son environnement et avec le monde.

- **Technologiques** :

  - La capacité de concevoir, créer et élaborer des productions techniques ;
  - L'utilisation des techniques de l'information et de la communication.

# 2. Cadre conceptuel

## 2 Cadre conceptuel :

### 2.1. Les choix théoriques : Le socioconstructivisme

L'enseignement des sciences Mathématiques a adopté des références qui les éloignent désormais des perspectives d'enseignement traditionnelles. Construits selon une logique de compétences et inscrits dans une perspective socioconstructiviste, les programmes des Mathématiques semblent tourner le dos aux traditionnelles approches comportementalistes, largement légitimées par une longue tradition pédagogique par objectifs.

Le socioconstructivisme est une approche selon laquelle la connaissance interpersonnelle est réalisée par sa construction sociale.

Le socioconstructivisme met alors l'accent sur le rôle des interactions sociales multiples dans la construction des savoirs : La construction d'un savoir s'effectue dans un cadre social. Les informations sont en relation avec le milieu social et avec le contexte. Elles sont le résultat à la fois de ce que l'on pense et des interactions des autres. Il s'agit en effet d'une confrontation entre un processus inter psychique et un processus intrapsychique.

En proposant une approche psycho-sociale des activités cognitives, le socio-constructivisme remet en cause des modèles psychologiques du développement cognitif (constructivisme piagétien), centrés sur des mécanismes individuels, et remet au goût du jour des approches théoriques qui insistent davantage sur les dimensions sociales dans la formation des compétences.

L'idée fondamentale du socioconstructivisme est qu'il est nécessaire de passer d'une psychologie «binaire» (interaction individu-tâche) à une psychologie «ternaire» interaction individu ; tâche et l'autre. Le développement ne peut plus être considéré comme indépendant de l'apprentissage, et l'apprentissage ne peut pas être seulement une relation «privée» entre un enfant et un objet. Dans ce type d'approche, on considère que les variables sociales sont indissociables aux processus d'apprentissage, et que tout développement résulte des apprentissages, grâce à l'effet des mécanismes interindividuels sur les mécanismes intraindividuels.

#### 2.1.1. Les liens entre apprentissage et développement

Vygotski (fondateur du socioconstructivisme) défend la thèse selon laquelle il ne peut y avoir de développement cognitif sans apprentissage

et les processus dont il dépend relèvent donc d'une analyse ternaire des relations individu-tâche-autre au cours d'interactions de guidage (au sens large). Cette position s'oppose à la conception behavioriste et à la conception piagétienne, qui certes reconnaît que les facteurs de milieu (dont l'éducation) influencent ce développement, mais qui ne fait pas dépendre le développement cognitif de processus constructeurs intégrant des variables sociales. Pour Vygotski toutes les fonctions psychiques supérieures (attention, mémoire, volonté, pensée verbale,...) sont directement issues de rapports sociaux par transformation de processus interpersonnels en processus intrapersonnels.

Ainsi, le développement intellectuel ne peut donc pas être envisagé indépendamment des situations éducatives et est à considérer comme une conséquence des apprentissages auxquels l'enfant est confronté : «les processus du développement ne coïncident pas avec ceux de l'apprentissage mais suivent ces derniers...» et ce sont les apprentissages qui fondent ce que Vygotski appelle la «zone proximale de développement»[1].

### 2.1.2. Les processus mentaux supérieurs sont de nature sociale

Selon Vygotski, toutes les fonctions mentales supérieures (attention, mémoire, volonté, pensée verbale,...) sont socialement élaborées (grâce au langage et aux autres systèmes de signes) et socialement médiatisées, qu'il s'agisse d'activité concernant les rapports de l'homme avec la nature (activité «extérieure»), ou d'activité psychique (activité «intérieure»). C'est l'appropriation des instruments (outils techniques et signes), relevant de l'héritage socio-culturel, qui marque de façon essentielle le passage des activités élémentaires aux activités mentales supérieures.

### 2.1.3. De l'interpsychique à l'intrapsychique

L'appropriation se fait, selon Vygotski, par transformation de processus interpersonnels en processus intrapersonnels : «Toute fonction apparaît deux fois dans le comportement social de l'apprenant ; d'abord au niveau social, entre les personnes (interpsychologique), ensuite à l'intérieur de l'enfant (intrapsychologique)... Toutes les fonctions supérieures ont leurs origines dans les relations réelles entre individus humains»[2]

1- Vygotski, LS (1985/1933). Le problème de l'enseignement et du développement mental à l'âge scolaire. In B. Shneuwly et J.P. Bronckart (Eds.), Vygotski aujourd'hui (pp. 95-117); Paris : Delachaux et Nlestlé.
2- Schneuwly, B. (1986). Les capacités humaines sont des constructions sociales. Essai sur la théorie de Vygotsky. Eur - pean Journal of Psychology of Education.

### 2.1.4. Interactions sociales et apprentissages

De nombreux travaux de laboratoire ont montré que les interactions entre pairs en situation de résolution de problèmes jouaient un rôle constructeur sur les compétences cognitives individuelles. A certaines conditions de pré-requis, de choix des tâches à résoudre, de l'organisation des dispositifs et de la dynamique des échanges entre les apprenants, ces derniers peuvent tirer des profits cognitifs importants : aussi bien dans le cas d'interactions symétriques (sujets à statuts égalitaires) de co-résolution[3], que dans le cas d'interactions dissymétriques, entre un enfant «expert» et un enfant «naïf»[4].

### 2.1.5. Significations sociales des apprentissages

Les travaux ont montré que lorsque la tâche fait référence à des régulations sociales (normes, règles, conventions), les sujets la réussissent mieux et en tirent des bénéfices cognitifs pour résoudre des tâches à logique plus abstraite similaire ou voisine.

De ce fait même, et quelle que soit la signification spécifique des tâches, ces aspects socio-contextuels déterminent pour une bonne part à la fois le sens que les enfants attribuent aux situations nouvelles et les stratégies résolutoires qu'ils développent dans ces situations. On peut ainsi considérer que le traitement par les enfants des situations-problèmes posées est indissociablement lié au traitement adaptatif «déjà là», évoqué par la signification de la situation à résoudre[5].

### 2.1.6. Les quatre exigences fondamentales d'un enseignement socio-constructiviste

• «L'apprentissage n'est valable que s'il précède le développement» [7]: C'est en faisant évoluer ses représentations actuelles que l'enfant pourra apprendre et se développer. Ainsi, toute situation nouvelle devra permettre à l'enfant de se fonder sur des savoirs acquis antérieurement. Ce qui aura pour conséquence de faciliter la généralisation (ou le transfert) des procédures (ou des stratégies) déjà éprouvées dans des contextes similaires ou voisins.

• Les variables sociales sont indissociables aux processus d'élaboration des savoirs. Les dispositifs d'enseignement doivent donc nécessairement prendre en

3- Doise, W., &Mugny, G. (1981). Le développement social de l'intelligence. Paris : InterEditions.-

4- Barnier, G. (1994). L'effet-tuteur dans une tâche spatiale chez des enfants d'âge scolaire. Thèse de Doctorat, Université de Provence, Aix en Provence.

5- Monteil, J.M. (1989). Eduquer et former. Perspectives psycho-sociales. Grenoble : Presses Universitaires de Grenoble.

6- Vion, R. (1992). La communication verbale. Analyse des interactions. Paris : Hachette

compte et faire varier habilement les situations de co-construction (travaux de groupe), les situations marquées socialement (dont les principes de résolution peuvent être reliés à des régulations sociales connues).

• Une troisième exigence conduit à considérer les médiations sémiotiques comme fondamentales dans la zone de proche développement. «Les processus de socialisation s'accomplissent au moyen d'interactions médiatisées par le langage»[7]. Le langage a donc une fonction organisatrice fondamentale, tant du point de vue de l'attribution de sens par l'élève à une situation d'apprentissage, que du point de vue de l'accomplissement de sa cognition en vue de l'acquisition visée par l'enseignant. Toute situation nouvelle devra donc s'appuyer sur les échanges interactifs (enfant-enfants et/ou élève-enseignant) permettant aux élèves de construire leur propre savoir, par négociations et régulations successives.

• L'élaboration d'outils de pensée «conceptuels» individuels sur place est fondamentale pour favoriser le fonctionnement actuel et doter l'appareil cognitif de schèmes de pensée utilisables dans les résolutions de signes et systèmes de signes socialement élaborés et/ou utilisés dans les échanges médiatisés par l'enseignant, autrement dit de transformer des processus interpersonnels en processus intrapersonnels, ou encore de faire que les actes de langage échangés au cours de la communication verbale entre enseignant et élève(s) deviennent des fonctions actives du traitement cognitif. Les situations d'enseignement devront s'efforcer de favoriser une mémorisation «active», organisée à partir d'une utilisation conscientisée de signes et systèmes de signes langagiers, lesquels deviennent du même coup «outils» cognitifs individuels et permettent une dialectique intraindividuelle, constructrice de la pensée. L'enseignant devra donc provoquer fréquemment des actes illocutoires métacognitifs afin que la prise de conscience des savoirs et des savoir-faire soit la plus claire, la plus explicite et la plus «verbalisable» (langage extérieur - adressé à autrui- ; ou intérieur - «pour soi»-) que faire se peut.

### 2.2. Les choix pédagogiques:

La stratégie d'enseignement des Maths s'inscrit dans le cadre d'une approche socioconstructiviste favorisant la participation active de l'élève dans les activités d'apprentissage individuelles, en sous-groupes ou collectives. Il s'agit d'impliquer

les élèves progressivement dans trois types d'activités d'apprentissage :

- Activités d'apprentissage ponctuel où l'élève s'approprie les concepts scientifiques, les lois, les théories, les modèles explicatifs... et s'exerce sur les habiletés et les attitudes des Maths ;

- Activité de structuration des acquis où l'élève apprend à combiner ses connaissances dans la résolution des exercices d'application ou de synthèse ;

- Activités de mobilisation des acquis pour résoudre une situation-problème complexe qui permet d'évaluer le degré de maîtrise d'une compétence en Maths.

### 2.2.1. Démarches scientifiques

L'enseignement des Mathématiques qui s'appuie sur le concret et l'action et sur l'implication des élèves en tant qu'acteurs de leur apprentissage nécessite de conduire des moments de structuration des savoirs scientifiques à travers des activités scientifiques dont l'élève est l'acteur de son propre apprentissage.

Dans le champ de ces activités scientifiques, parmi les démarches à privilégier, dont on doit accorder plus d'importance, la démarche expérimentale et la démarche d'investigation.

### 2.2.2. La démarche d'investigation[8]

La démarche d'investigation est une manière de progresser dans un raisonnement, dans laquelle l'élève est vraiment acteur, puisqu'il recherche la solution d'un problème à résoudre et participe à la stratégie de résolution, voire la conçoit lui-même.

Cette démarche s'appuie sur le questionnement des élèves sur le monde réel et se déroule en sept étapes principales :

**a. Étape de motivation** « D'où partons-nous ? »

C'est-à-dire une situation-problème, déclenchante et motivante, suscitant la curiosité : faits d'actualité, observations, connaissances acquises antérieurement, représentations initiales, idées reçues... ;

7- Expérimenter, modéliser- Sur la méthode expérimentale ; Michel Develay ASTER N° 8. 1989 INRP.

8- CALMETTES, B. (2007). « Formation à la démarche d'investigation ». Actes du congrès international Actualité de la Recherche en Éducation et en Formation » (AREF). Strasbourg, AECSE et al.

**b. Étape de problématisation** « Que cherchons-nous ? »

C'est-à-dire l'appropriation du problème par les élèves, la formulation d'une problématique précise ;

**c. Étape de formulation d'hypothèses** « Quelle pourrait être la solution ? »

C'est-à-dire l'émission, par les élèves, d'une ou de plusieurs hypothèses pouvant expliquer le problème ;

**d. Étape de définition d'un projet de résolution**

« Comment allons-nous faire pour chercher ? »

C'est-à-dire la conception d'une stratégie pour prouver ces hypothèses: élaboration d'un protocole expérimental, projet d'observations en classe ou sur le terrain, projet de modélisation, projet de recherche documentaire sur internet... ;

**e. Étape de mise en œuvre de cette stratégie** « Nous cherchons ! »

C'est-à-dire l'investigation, la résolution du problème par les élèves, avec des modalités variées : aspect expérimental à privilégier, supports de travail à diversifier (matériel concret en priorité, documents « papier », documents numériques, logiciels...) ;

**f. Étape de confrontation** « Avons-nous trouvé ce que nous cherchions ? »

C'est-à-dire la mise en forme des résultats obtenus et leur confrontation avec les hypothèses, éventuellement au cours d'un échange argumenté, voire un débat ;

**g. Étape de conclusion** « Bilan de ce que nous avons découvert, expliqué, compris. »

C'est-à-dire l'acquisition et la structuration des connaissances avec une éventuelle généralisation, l'élaboration d'un savoir mémorisable sous forme d'une trace écrite.

# 3. Résolution de problèmes

## 3 Résolution de problèmes :

### 3.1. Qu'est-ce que la résolution de problèmes? [1]

• Modélisation: En tant que processus mathématique, la résolution de problèmes fait partie intégrante de l'apprentissage des mathématiques. Son importance dans l'approfondissement de la réflexion et de la construction du savoir n'est plus l'objet de débat. Si les mathématiciens font une différence entre une situation de résolution de problèmes et un exercice d'application mathématique (ou problème tout court), la pratique dans nos classes est loin de refléter cette différence. Selon Jean Brun, «Un problème est généralement défini comme une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que si la solution n'est pas disponible d'emblée mais possible à construire [...] «Une Activité de résolution de problèmes peut exiger un effort soutenu chez l'élève, sans pour autant que la solution ne soit hors d'atteinte, tout en lui permettant de constater qu'il peut y avoir plus d'une façon d'arriver à la solution. Le travail en collaboration avec ses camarades peut s'avérer efficace surtout lorsque la complexité de la tâche assignée se situe au-delà du niveau des connaissances de l'élève.

Les activités menant à la résolution d'un problème ne devraient nullement être circonscrites autour d'une solution unique, d'une seule façon de faire ou d'un travail en solidarité[2].» Par ailleurs, une autre définition proposée «Un problème, c'est une situation qui demande de répondre à une question ou d'accomplir une tâche sans que les moyens à utiliser soient connus».

Il doit provoquer un état de déséquilibre de sorte que l'élève ait à fournir un effort intellectuel pour le résoudre. Un problème qui n'incite pas l'élève à réfléchir n'est pas jugé pertinent; c'est tout au plus l'application d'une procédure ou d'une technique»[3].

Afin de mieux cerner la différence entre les deux catégories de problèmes, voici l'analyse de deux problèmes énoncés ci-dessous: Problème 1: Said a acheté 20 cahiers à 5dh l'unité et 10 stylos à 1,20dh l'unité. Combien a-t-il payé au total? Dans ce problème, l'élève identifie les données et l'inconnue,

1- Curriculum de l'Ontario, 2005.
2- Poirier, 2001, p6.
3- CFORP, 2002.

représente le problème sous forme d'équations et ensuite exécute de façon mécanique la procédure qui consiste en deux multiplications et une addition $(20 \times 5 + 10 \times 1,20)$. La démarche de l'élève relève d'une simple répétition d'un procédé connu et mémorisé de calcul de coût. Problème: Détermine ce qui arrive au volume d'un cube, si on double la mesure de chacun de ses côtés. Contrairement au problème 1, ce problème n'a aucune donnée numérique. La réaction quasi spontanée de l'élève est : «Je ne sais pas par où commencer», «Ce problème n'a pas de solution», etc. L'élève donne l'impression de n'avoir jamais vu le concept de volume. Il perd confiance et est en état de déséquilibre cognitif. Le risque de décrochage est possible. La réaction de tout élève est bien le reflet des routines et pratiques en salle de classe. La pratique courante en mathématiques reste axée sur la transmission des connaissances que l'élève doit être capable de reproduire lors de l'évaluation. Il ou elle est habitué à travailler sur des problèmes directs où l'application d'une formule ou d'un algorithme le mène tout droit au but, c'est-à-dire une valeur numérique (cas du Problème 1). Ce n'est pas la formule du volume d'un cube qui est en cause dans le Problème 2, mais l'incapacité de l'élève à investir le savoir, à faire des liens et surtout à généraliser. Version provisoire pour mise à l'essai. Cette analyse donne une idée plus ou moins claire sur la différence entre les deux catégories de problèmes.

### 3.2. importance de la résolution de problèmes

Il est nécessaire que l'enseignante ou l'enseignant soit conscient de l'importance du processus de résolution de problèmes dans le développement du raisonnement mathématique de l'élève. Lorsque l'élève s'engage dans cette démarche, il ou elle fait appel à sa créativité, à sa capacité de raisonner et à son jugement. Il convient aussi de souligner que la résolution de problèmes tient compte du niveau de compétences atteint par chaque élève. Ce qui revient à faire de la différenciation.

- Pour tout élève, résoudre un problème se résume à insérer des données dans une formule mémorisée afin de trouver un résultat. Ni le processus, ni la vraisemblance du résultat ne comptent pour l'élève. Pourtant, dans la vie de tous les jours, la manière d'appréhender une situation est aussi importante, sinon plus importante que le résultat.

**«La résolution de problèmes n'est pas seulement un objectif de l'apprentissage des mathématiques, c'est aussi l'un des principaux moyens d'apprendre les mathématiques»**[4] ;

L'intensité de l'engagement des élèves croît avec les niveaux de difficulté rencontrée. Il est difficile de susciter un engagement de haut niveau pendant une activité routinière d'exécution d'algorithmes;

• La construction du savoir présuppose une responsabilisation de l'élève: l'élève fait appel à ses connaissances antérieures, établit des liens, fait de stransferts, des déductions ou des généralisations. La résolution de problèmes permet aux élèves;

• D'apprendre des concepts mathématiques grâce à un contexte qui encourage l'acquisition et l'utilisation d'habiletés;

• D'améliorer leur raisonnement mathématique en explorant diverses idées mathématiques, en faisant des conjectures et en justifiant les résultats;

• D'établir des liens entre des divers concepts mathématiques;

• De représenter des idées mathématiques et de modeler des situations à l'aide de divers outils tels que du matériel concret, des dessins, des diagrammes, des nombres, des mots et des symboles;

• De s'engager dans diverses activités et de choisir les outils (matériel de manipulation, calculatrice, outils technologiques) et les stratégies de calcul appropriés;

• de réfléchir sur l'importance du questionnement dans le monde des mathématiques;

• De s'intéresser aux mathématiques et de se questionner sur leur utilisation dans le monde qui les entoure;

• De préserver en affrontant de nouveaux défis;

• De formuler leurs propres explications et d'écouter celles des autres;

• De participer à des activités d'apprentissage ouvertes qui permettent l'utilisation de diverses stratégies de résolution;

• De développer des stratégies applicables à de nouvelles situations;

• **De collaborer avec les autres pour élaborer de nouvelles stratégies.**

**La résolution de problèmes est un processus essentiel à l'apprentissage des**

4- National Council or Teachers of Mathematics, 2000, p.52.

mathématiques. Elle fait partie intégrante des attentes et des contenus des programmes-cadres de mathématiques pour les raisons suivantes:

- Elle est la raison d'être des mathématiques dans la vie quotidienne;
- Elle aide les élèves à acquérir de l'assurance en mathématiques;
- Elle permet aux élèves d'apprendre à utiliser et à expliquer leurs propres stratégies et à reconnaître que plusieurs stratégies très différentes aboctissent à la même solution;
- Elle permet aux élèves d'utiliser les connaissances acquises à la maison et d'établir des liens avec des situations quotidiennes;
- elle donne un sens aux habiletés à développer et aux concepts à assimiler;
- Elle permet aux élèves de développer leur habileté à raisonner, à communiquer leurs idées, à faire des liens et à appliquer leurs connaissances;
- Elle offre l'occasion d'utiliser les processus de la pensée critique (l'estimation, l'évaluation, la classification, l'établissement de relations, la formulation d'hypothèses, la justification d'une opinion et l'expression d'un jugement);
- Elle permet aux élèves de comprendre que l'erreur offre des occasions de réexaminer une démarche, d'analyser un processus et de raisonner à un niveau plus élevé;
- Elle favorise le partage de stratégies et d'idées dans un esprit de collaboration;
- Elle aide les élèves à apprécier les mathématiques;
- Elle offre à l'enseignant ou à l'enseignante d'excellentes occasions d'évaluer chez les élèves la compréhension des concepts et l'habileté à résoudre des problèmes, à appliquer des procédures et à communiquer des idées.

### 3-3. Enseignement par la résolution de problèmes

Les situations de résolution de problèmes que l'on fait vivre aux élèves peuvent servir à plus d'une fin. Dans un climat d'enseignement efficace, on poursuit simultanément l'enseignement par et pour la résolution de problèmes. Dans l'enseignement par la résolution de problèmes, l'un des principaux buts est d'explorer, de développer et de démontrer la compréhension d'un concept mathématique. Dans l'enseignement pour la résolution de problèmes, le but premier est de guider les élèves à travers les étapes du processus et des stratégies de résolution de problèmes.

La résolution de problèmes dans le but de favoriser l'acquisition d'un concept, l'enseignant ou l'enseignante se pose les questions suivantes:

Un programme-cadre axé sur la résolution de problèmes exige un rôle différent de l'enseignant ou l'enseignante en salle de classe. Plutôt que de diriger la leçon du début à la fin, il ou elle doit donner aux élèves le temps nécessaire pour analyser les problèmes, chercher leurs propres stratégies et solutions, et évaluer la vraisemblance de leurs résultats. Même si la présence de l'enseignant ou l'enseignante demeure essentielle. l'accent doit être mis sur le processus de réflexion des élèves.[5]

L'enseignement par la résolution de problèmes consiste à aider les élèves à comprendre les concepts et les processus mathématiques en leur proposant des situations de résolution de problèmes engageantes. Il est très important de réaliser que l'enseignement par la résolution de problèmes demande du recul de la part de l'enseignant ou de l'enseignante qui désire tout montrer, voire tout faire. **Il ou elle doit plutôt accompagner les élèves dans leur recherche de solution en les incitant à réfléchir, à se questionner et à développer leurs propres stratégies pour résoudre le problème.** Les élèves sont actifs dans leur apprentissage et, lors de l'échange mathématique, utilisent différentes représentations (p. ex. illustrations, diagrammes, graphiques, modèles, matériel en manipulation) pour confirmer leur compréhension des concepts des processus. Ce temps d'échange est un temps d'objectivation pendant lequel les élèves contrôlent leurs idées et tentent de comprendre la démarche des autres dans le but de consolider leur apprentissage.

Traditionnellement, le moyen le plus commun de partager un savoir ou d'enseigner un concept est pour l'enseignant ou l'enseignante de le communiquer, de l'expliquer d'une façon logique avec plusieurs exemples aux élèves. Cette pédagogie de l'enseignement perçoit l'enseignant ou l'enseignante comme une sommité en mathématiques, les faits ou algorithmes sont vrais parce que l'enseignant l'a dit et les élèves se doivent de les répéter ou de les apprendre. Cette façon de procéder n'assure pas une compréhension conceptuelle des concepts mathématiques malgré toute l'expertise démontrée par l'enseignant ou l'enseignante. L'enseignement par la résolution de problèmes place les élèves

5- Burns, 2000, p.29.

dans un contexte, dans une situation de problème qu'ils doivent résoudre. Ils sont à la recherche d'une solution, mais pour la trouver ils doivent travailler avec des faits, des données et des quantités. Ils doivent aussi établir des liens, faire des inférences et donner un sens aux concepts mathématiques en utilisant diverses stratégies. «L'enseignement par la résolution de problèmes est une approche intuitive d'enseignement pour ceux et celles qui croient que les élèves apprennent mieux en confrontant des idées qui exigent d'établir de nouveaux liens par eux-mêmes»[6]

### 3.4. Processus par résolution de problèmes

Il y'a des processus de résolution de problèmes propres à différents domaines des mathématiques. La démarche privilégiée pour résoudre une situation-problème est celle généralement associée au processus d'enquête. Cette démarche suit pratiquement les mêmes étapes que celles utilisées en résolution de problèmes dans les autres domaines d'étude en mathématiques. L'enseignant ou l'enseignante aide les élèves à faire le lien entre ces étapes. Le modèle de processus de résolution de problèmes proposé par George Polya en 1957 est encore utilisé de nos jours dans les cours de mathématiques. Ce modèle inclut quatre étapes :

1. Comprendre le problème;
2. Concevoir un plan;
3. Exécuter un plan;
4. Examiner la solution retenue.

Bien qu'il soit possible de préparer des affiches grand-format pour que les quatre étapes soient toujours à la vue des élèves, il est avantageux de permettre à l'élève d'exprimer sa propre compréhension des quatre étapes que ce soit à l'oral, à l'écrit ou à l'aide de dessins.

6- Small, 2009, p.37.

## Modèle en quatre étapes de Polya

| Etapes du modèle de Polya | Implications pédagogiques |
|---|---|
| • Comprendre le problème<br>Qu'est ce que j'ai à faire ou à chercher ? | Encourager les élèves à réfléchir, à parler du problème et à le reformuler dans leurs propres mots avant de travailler avec du matériel de manipulation ou de tenter une solution. |
| • Concevoir un plan<br>Comment vais-je procéder ?<br>Qu'est ce que je peux utiliser ? | Il faut aider les élèves à élaborer un plan, ils doivent comprendre que tous les plans sont provisoires et peuvent être modifiés au cours du processus. Ils peuvent examiner les stratégies possibles. Leur suggérer, par exemple, de consulter les différentes stratégies affichées dans la classe peut être utile. Il n'est pas nécessaire que les élèves mettent le plan par écrit. Toutefois, il est important qu'ils soient capables de le verbaliser. Pour plusieurs élèves, cette étape se déroule de manière informelle. |
| • Exécuter le plan<br>Quelles stratégies vais-je utiliser ? | A cette étape, les élèves utilisent des stratégies afin de trouver une ou des solutions au problème, comme faire un dessin ou travailler avec du matériel de manipulation. |
| | Les interventions de l'enseignant ou de l'enseignante doivent à cette étape susciter une meilleure compréhension tout en évitant de «résoudre» le problème pour les élèves. Il faut encourager les élèves à persévérer en leur offrant des suggestions pour les aider à sortir d'une impasse (p.ex, «As-tu demandé à catherine si elle a une idée ? Regarde les différentes stratégies affichées dans la classe pour voir si tu pourrais t'y prendre autrement. Est-ce que tu connais un problème semblable à celui-ci ?») ou à utiliser leurs propres stratégies. Elles peuvent leur permettre de résoudre le problème et de mieux démontrer leur compréhension. |
| • Examiner la solution retenue<br>La stratégie utilisée est-elle appropriée ??<br>Comment puis-je vérifier l'exactitude ou la vraisemblance de ma réponse ? | C'est l'étape de la mise en commun des idées. Grâce aux échanges, les élèves réalisent que diverses stratégies peuvent être utilisées et commencent à les évaluer de manière critique afin de déterminer celle qui serait la plus appropriée pour résoudre le problème (p.ex, la plus efficace, la plus facile à comprendre). L'enseignant ou l'enseignante doit inciter les élèves à vérifier la vraisemblance de leur réponse, l'efficience de leur démarche et les aider à développer des stratégies pour ce faire. |

# 4. Pratiques d’évaluation

## 4 Les pratiques d'évaluation :

### 1. L'importance de l'évaluation pédagogique :

Évaluer, c'est situer un acte par rapport à une référence. C'est, plus précisément, juger de la différence entre cet acte de cette référence. L'acte peut-être une activité, une performance, une production d'un élève, etc.

L'évaluation joue un rôle essentiel dans la façon dont les élèves apprennent, dans leur motivation à apprendre et dans la façon dont les enseignants enseignent.

L'évaluation a une grande importance dans l'acte d'apprentissage car :

• elle est au service de l'apprentissage : L'évaluation éclaire les enseignants et les enseignantes sur ce que les élèves comprennent et leur permet de planifier et d'orienter l'enseignement.

• elle permet, en tant qu'apprentissage, aux élèves de prendre conscience de leurs méthodes d'apprentissage et d'en profiter pour ajuster et faire progresser leurs apprentissages en assumant une responsabilité accrue à son égard.

• les renseignements recueillis à la suite de l'évaluation permettent aux élèves, aux enseignants, aux enseignantes et aux parents, ainsi qu'à la communauté éducative au sens large, d'être informés sur les résultats d'apprentissage atteints à un moment précis afin de souligner les réussites, planifier les interventions et continuer à favoriser la réussite.

### 2. Les différentes formes d'évaluation à pratiquer en classe :

#### 2-1. Évaluation diagnostique :

Pratiquée au début de l'apprentissage, c'est un outil, une base de travail pour l'enseignant(e):

- Au début de l'année scolaire, elle permet à l'enseignant(e) de mesurer le chemin parcouru, c'est-à-dire de répertoriser les éléments fondamentaux du programme de l'année précédente afin de les intégrer à sa progression.

- Au début des séances d'apprentissage, les évaluations diagnostiques ponctuelles permettent à l'enseignant(e) de vérifier l'assimilation des savoirs et des savoir-faire appris aux cours précèdents.

#### 2-2. Évaluation formative :

S'inscrit dans un processus de contrôle permanent, elle est donc étroitement liée

à l'apprentissage puisqu'elle permet à l'élève d'apprendre par l'intermédiaire de son évaluation. Elle est en rapport avec les objectifs précis et déterminés par le professeur. Cette évaluation permet à l'enseignant(e) de voir si les objectifs sont atteints; sinon on prépare un travail de remédiation.

**Les approches d'évaluation formative :**

L'évaluation formative peut être menée par interaction directe dans la classe ou par les biais d'outils ou d'instruments élaborés à ce propos. Ces deux perspectives ont engendré dans la littérature et dans la pratique deux approches de l'évaluation formative[1]:

- **Une approche non instrumentée,** appelée approche «informelle» ou «interactive», qui permet de vérifier les apprentissages des élèves sans utilisation d'instruments de mesure proprement dits;
- **Une approche instrumentée,** appelée approche «formelle» ou «teractive», caractérisée par le recours à des outils permettant de recueillir l'information voulue sur les apprentissages des élèves.

**2-3. Évaluation sommative :**

En fin d'apprentissage, il conviendra de faire le bilan des connaissances des élèves, c'est-à-dire à la fin d'une unité d'apprentissage, cette évaluation pourra prendre appui sur des supports nouveaux proposés par le proffesseur, à partir desquels les élèves devront montrer qu'ils ont la capacité de réutiliser de manière de plus en plus autonome les savoirs et savoir-faire. Elle permet donc d'apprécier le niveau de l'élève par rapport à la classe ou par rapport à un niveau idéal.

1- Evaluation formative- Gérard Scallon- Edition du Renouveau Pédagogique- Canada- 2000.

# 5. Remédiation

## 5 La remédiation :

En pédagogie, la remédiation[1] est un dispositif plus ou moins formel qui consiste à fournir à l'apprenant de nouvelles activités d'apprentissage pour lui permettre de combler les lacunes diagnostiquées lors d'une évaluation formative. On a recours pour cela à différentes propositions pédagogiques, qui pour être efficaces, doivent être sensiblement différentes des méthodes utilisées lors de la phase d'enseignement.

### 1. La remédiation différée et la remédiation immédiate :

La remédiation différée consiste en un traitement portant sur des difficultés parfois «lourdes» et qui peut être confié soit à un maître spécialisé, en dehors de la classe, soit à d'autres personnes. Parfois, une forme moins radicale implique l'enseignant et l'enseignante, mais celui-ci propose alors des activités particulières ou adaptées, organisées à des moments distincts, hors du cheminement de la séquence d'apprentissage, y compris, par exemple, sous la forme de travaux à domicile.

La remédiation immédiate est entièrement intégrée à la séquence d'enseignement/apprentissage et se concentre sur des problèmes spécifiques. C'est une réponse directe proposée à l'élève dès qu'une difficulté (les erreurs à rectifier, des blocages et les obstacles à dépasser) a été diagnostiquée. La remédiation immédiate est un processus de régulation qui peut prendre trois formes : proactive (en début d'apprentissage), interactive (en cours de séquence) et rétroactive (en fin de séquence).

### 2. Un modèle théorique de la remédiation immédiate[2]:

La démarche de remédiation immédiate peut-être décomposée en 4 temps:

l'activité, le diagnostic, la remédiation immédiate et la mise en œuvre de nouvelles activités ou un retour à l'activité initiale.

Temps 1: L'activité; il s'agit d'une situation où aucune difficulté n'a été diagnostiquée.

Temps 2: Par le biais d'évaluation pouvant prendre différentes formes et régulant les apprentissages, une difficulté est diagnostiquée de façon interne (par l'élève)

1 «Pédagogie : dictionnaire de sconcepts clés/Raynal, Françoise; Rieunier, Alain. ESF 1998)»

2 Outils de remédiation immédiate Pour plus d'efficacité et d'équité dans le processus d'enseignement à l'école fondamentale 1 Arnaud Dehon, Antoine Derobertmesure université de Mons-Hainaut Institut d'Administration scolaire.

et/ou de façon externe (par l'enseignant(e)).

Pour que le diagnostic soit possible et soit cohérent, il doit être en lien direct avec les finalités du dispositif: compétence(s) à développer et objectif(s) poursuivi(s).

Temps 3: Une fois le diagnostic clairement établi, des activités de remédiation immédiate sont mises en place. Cette intervention peut être interne- l'élève peut ainsi modifier sa stratégie cognitive- ou en externe- l'enseignant(e) propose une activité complémentaire à l'élève ou modifie sa trame de leçon.

Temps 4: Si la difficulté a été dépassée, l'élève peut poursuivre l'activité prévue initialement par l'enseignant(e). Dans le cas contraire, le cycle est répété et un second dispositif de remédiation est envisagé.

## 3) Comment choisir des outils de remédiation immédiate :

Pour qu'un outil vienne en soutien de la démarche de remédiation immédiate, il est essentiel qu'il offre de nouvelles opportunités d'apprentissage à l'élève par des aides personnalisées qui sont fonction de la difficulté qu'il rencontre. Cette aide doit être apportée dès que la difficulté a été diagnostiquée. Ces conditions ont été traduites en caractéristiques objectivables et sont présentées dans ce qui suit :

### 3-1. Offrir de nouvelles opportunités d'apprentissage :

Offrir de nouvelles opportunités d'apprentissage se caractérise par le terme remédiation, c'est-à-dire «seconde médiation» ou «seconde possibilité d'apprentissage», différente de celle qui a conduit à l'émergence d'une difficulté. L'enjeu est alors de proposer une manière différente d'appréhender la notion étudiée pour vaincre la difficulté, c'est une remédiation de type pédagogico-didacatique car elle porte sur des (conflits socio-cognitifs) ou en autonomie.

### 3-2. Des aides personnalisées :

La seconde condition, portant sur les ailes personnalisées, implique, d'une part, une prise en compte individualisée de la difficulté et, d'autre part, une adaptation au profil d'apprentissage de l'élève, c'est une remédiation cognitive : elle est spécifique au processus d'apprentissage de chaque élève et en dépend. Ceci signifie que l'outil doit permettre à chacun de réaliser les tâches en tenant compte de son propre rythme d'apprentissage et selon un cheminement cognitif

personnel. Un outil riche qui propose une progression différenciée des rythmes et de procédures de résolution de problèmes conviendra à un nombre important d'élèves.

**3-3. Varier les difficultés :**

La différenciation touche également aux types de difficultés rencontrées par les élèves. Pour que l'usage de l'outil puisse convenir à un maximum d'élèves et dans de nombreuses situations, les niveaux de difficultés abordés doivent être diversifiés et répondre au maximum aux besoins des élèves. A partir d'une même notion, un élève peut rencontrer une difficulté qui porte davantage sur la compréhension que sur la connaissance ou la mémorisation de l'information (les notions de connaissances déclaratives, procédurales et conditionnelles en psychologie cognitive). A cette multitude de niveaux et de types de difficultés, il faut ajouter un facteur d'adéquation avec la situation de classe: la remédiation immédiate a pour but de dépasser les difficultés rencontrées par l'apprenant(e) dans une situation de classe : aussi, un outil variant les difficultés, mais ne proposant pas une solution adaptées à la difficulté de l'élève a peu de chances d'être efficace.

**3-4) Diagnostiquer et faciliter la remédiation immédiate :**

Pour qu'il y ait remédiation immédiate, il est nécessaire qu'une évaluation produise un diagnostic capable de cibler les difficultés rencontrées par l'apprenant. Les difficultés n'apparaissent pas uniquement au début d'apprentissage et l'évaluation doit être répétée tout au long de l'enseignement, sous la forme d'une évaluation formative, et permettre de réguler les activités des élèves et de l'enseignant. Un outil prévoyant des étapes de diagnostic et de régulations apporte un enrichissement à la pratique enseignante en complétant l'observation des difficultés des élèves réalisée directement par l'enseignant(e). Si l'outil intègre une évaluation des acquis, stimulant la métacognition ou procédant par autocorrection et évaluation formative, il sera davantage à même de venir en aide à l'élève, en facilitant le travail de l'enseignant, confronté à un groupe classe et non à des élèves isolés.

# 6. Utilisations des TICE

## 6 Intérêt d'intégration des TICE en mathématiques :

Au Maroc, force est de constater que les technologies de l'information et de la communication bouleversent le monde de l'enseignement. La présence d'une forte volonté institutionnelle pour promouvoir l'intégration des TICE dans l'enseignement au Maroc est soulignée dans le levier 10 de la Charte de l'Education et de la Formation. En effet, ces outils représentent des «impératifs stratégiques» pour améliorer la qualité de l'enseignement.

### 6-1. En formation des enseignants (es) :

Un enseignant et enseignante doit recevoir une formation adéquate, tant sur le plan informatique que pédagogique, il (elle) doit être apte à modifier sa manière d'enseigner en utilisant des logiciels dynamiques en classe, il est donc essentiel qu'il (elle) ait en main tous les moyens nécessaires pour réussir sa séance.

Chaque enseignant(e) doit non seulement avoir des connaissances sérieuses en informatique mais plutôt un utilisateur conscient de toutes les possibilités offertes en pédagogie pour développer le goût d'apprendre chez l'élève.

### 6-2. L'intérêt pour l'élève :

Les activités mathématiques peuvent être enrichies dans une classe en utilisant un vidéoprojecteur et en travaillant d'une façon collective.

Pour que l'élève réfléchisse et raisonne comme un chercheur, il doit construire ses propres savoirs en utilisant un ordinateur portable ou une tablette, ses erreurs ne sont plus considérées comme des fautes mais des déclencheurs de nouvelles idées pour montrer une propriété ou trouver la solution d'un problème et donc pour reconstruire le savoir. Ainsi la simulation et la visualisation permettent aux apprenants de bien assimiler les propriétés, les définitions, les théorèmes et notamment tous les concepts mathématiques.

L'observation visuelle des divers cas amène l'élève à émettre des conjectures et lui permet de développent des compétences autres que les compétences disciplinaires.

### 6-3. L'intérêt pour le professeur :

Les simulations permettent aux enseignants(es) de mieux aborder l'importance des prérequis et d'améliorer les méthodes de l'enseignement; elles leur permettent d'extérioriser les représentations des élèves et de mieux saisir leurs difficultés et de remédier leurs erreurs.

L'enseignant (e) doit accompagner l'élève dans sa compréhension du développement de ses propres connaissances et à se concentrer au niveau du processus et

des démarches d'apprentissage de l'élève; d'où l'intérêt de l'utilisation des logiciels qui lui permettent de développer la réflexion chez ses apprenants sur le statut des objets et les relations entre eux pour construire les figures géométriques dynamiques.

### 6-4. Description du logiciel GeoGebra :

Il s'agit d'un logiciel de géométrie dynamique, avec lequel on peut réaliser des figures puis découvrir, vérifier et étudier leurs propriétés en explorant de nombreux cas.

#### 6-4-1. interface graphique :

Le logiciel GeoGebra est constitué de cinq zones principales :

La barre d'outils : contient les principaux outils de construtions (crée point, droite, droite parallèle, segment, cercle, angle, etc);

**La barre de saisie** : permet d'entrer des commandes et de définir directement des objets.

**La fenêtre algèbre** : regroupe des informations sur les objets crées (coordonnées, équations, longueur, etc);

**La feuille de travail** : dans laquelle sont représentés graphiquement les objets crées. Par exemple la représentation graphique de la fonction;

**La feuille tableur** : permet d'effectuer des calculs, des statistiques et de construire des diagrammes et des graphiques.

**La zone de travail :** montre l'aspect géométrique d'un objet 2D ou 3D.

**La zone d'algèbre** : montre son aspect analytique, ce qui facilite aux élèves l'acquisition d'une double perception d'un problème;

**Le curseur** : permet de créer des variables ou des paramètres, pour traiter un problème mathématique ou un problème issu de la vie courante.

#### 6-4-2. Caractéristiques de GeoGebra :

L'utilisation de GeoGebra présente plusieurs avantages :

• Facilité d'utilisation : GeoGebra est doté d'une interface simple et facile à utiliser.

• Multifonctionnalité : GeoGebra est un progiciel à multiples fonctionnalités.

• Logiciel libre : c'est-à-dire que l'utilisateur peut le télécharger et l'utiliser gratuitement.

• Logiciel open source: c'est-à-dire que l'utilisateur a le droit d'effectuer des modifications[1].

• un logiciel adapté à exporter des fichiers sous format «.Tex» ou «.JPG».

[1] http//:www.geogebra.org/help/geogebraquikstat_fr.pdf

# Partie 2:

1. Introduction
2. Instructions officielles
3. Fiches didactiques
4. Références

# 1. Introduction

## 1 Introduction :

Depuis plusieurs années, d'énormes changements se sont opérés au niveau de l'enseignement des concepts et des habiletés liés à la littérature et à la numératie, et ce, partout dans le monde. Des pays comme la France, l'Angleterre, les Etats-unis et l'Australie ont élaboré et mis sur pieds des initiatives fondées sur la recherche afin d'améliorer les méthodes d'enseignement et d'évaluation, les compétences des leaders pédagogiques et la responsabilité des diverses instances en ce qui a trait à l'apprentissage de la lecture et des mathématiques. Le ministère de l'Education Nationale a également mis en œuvre des initiatives ciblant l'amélioration du rendement des élèves en lecture et en mathématiques.

Ces mesures reposent sur des recherches qui démontrent l'importance de deux facteurs dans l'amélioration du rendement des élèves : le renforcement de l'expertise du personnel enseignant aux fins d'une efficacité professionnelle accrue, ainsi que l'élaboration et la mise en œuvre de plans d'amélioration, ce guide, traitant des éléments fondamentaux, se concentre sur l'efficacité de l'enseignement des mathématiques. Il s'inspire des recherches les plus actuelles sur les pratiques d'enseignement et d'évaluation et d'autres ressources qui ont fait leurs preuves dans l'amélioration du rendement des élèves en mathématiques. Il ajoute aux forces qui existent actuellement dans le système d'éducation et cherche à renforcer l'expertise de l'enseignement des mathématiques dans les établissements. Les chercheurs et les éducateurs s'entendent sur les connaissances et les compétences dont les enfants ont besoin en mathématiques, sur les activités qui aident au développement des habiletés et de la compréhension, ainsi que sur les composantes fondamentales d'un programme de mathématiques efficaces. Mais pour plusieurs enseignantes et enseignants débutants et chevronnés, il existe toujours un écart entre la théorie et la pratique. Comment les recherches actuelles portant sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques peuvent-elle être appliquées de manière concrète en classe? Quelles connaissances et compétences permettent aux enseignants et aux enseignantes d'aider chaque enfant à bien réussir en mathématiques? Ce guide est conçu depuis le début pour répondre à ces questions en présentant au personnel enseignant du cycle collégial, des stratégies efficaces fondées sur la théorie et sur la pratique. Il a été élaboré

dans but d'aider le personnel enseignant et les autres intervenants en éducation dans leur travail visant à améliorer la compréhension des mathématiques des élèves de la 1AC à la 3AC.

## 1. Les cinq principes sont du présent guide:

**Principe n°1 : Tous les élèves peuvent avoir du succès en mathématiques**

Tous les élèves peuvent apprendre les mathématiques. La maîtrise des mathématiques ne devrait pas être la réalité d'un petit groupe d'élèves. Les stratégies d'enseignement varié, les regroupements d'élèves, les ressources et le soutien administratif ou parental sont des aides précieuses à l'apprentissage des mathématiques. Tous les élèves devraient acquérir les mêmes fondements en mathématiques et bénéficier d'un enseignement de qualité. Ce guide contient des suggestions offrant diverses possibilités d'apprentissage en mathématiques à tous les élèves.

**Principe n°2 : L'enseignement des mathématiques devrait être fondé sur les résultats de recherches validées en classe.**

Les renseignements provenant d'études internationales, de nouvelles recherches sur l'enseignement des mathématiques et une nouvelle compréhension sur la façon dont les élèves apprennent, ont incité les pédagogues à évaluer l'efficacité des stratégies d'enseignement. Par exemple, le consensus de l'heure sur la question est celui de l'importance de l'enseignement par la résolution de problèmes pour le développement, chez les élèves, de la compréhension des concepts fondamentaux en mathématiques. Cette approche semble être la plus avantageuse pour l'amélioration du rendement des élèves. Ce guide est fondé sur la recherche et sur l'expérience d'enseignantes et d'enseignants (voir partie 1).

**Principe n°3 : L'acquisition de fondements solides en mathématiques et le développement d'une attitude positive à l'égard de la matière dès le primaire, constituent les bases nécessaires à l'apprentissage des mathématiques tout au long de la vie.**

La compréhension des concepts fondamentaux en mathématiques [à tous les niveaux : primaire, collégial, lycée et supérieur] se développe à l'aide d'un programme efficace en mathématiques, un enseignement de qualité et un environnement qui valorise une communauté d'apprenants et d'apprenantes

en mathématiques. Ce guide contient des conseils, des outils et des stratégies d'enseignement qui aideront les enseignants et enseignantes à bâtir sur la compréhension intuitive des élèves en mathématiques et à établir une base solide en mathématique.

**Principe n°4 : L'enseignant ou l'enseignante joue un rôle déterminant dans la compréhension des mathématiques [par les élèves].**

La capacité du personnel enseignant à dispenser un enseignement efficace en mathématiques est le facteur le plus important dans l'apprentissage des élèves en mathématiques. Lorsque les enseignants et enseignantes perfectionnent leur compréhension des mathématiques et du processus d'apprentissage par les élèves, ainsi que leur compréhension des stratégies propices à cet apprentissage, ils améliorent plusieurs aspects de leur enseignement.

L'enseignant ou l'enseignante qui fournit à l'élève un programme motivant d'apprentissage des mathématiques sait faire preuve d'esprit critique et faire des choix judicieux au niveau des activités, des stratégies, des interventions et des ressources. Le but de ce guide est d'améliorer les connaissances et les compétences des enseignants et enseignantes en enseignement efficace des mathématiques.

**Principe n°5 : L'enseignement efficace des mathématiques requiert l'appui et la coopération des leaders pédagogiques au niveau de l'établissement et du conseil, des parents et de la communauté en général.**

L'enseignement efficace des mathématiques au cycle collégial ne peut se faire tout seul. Il met à contribution non seulement les enseignantes et les enseignants des cours de mathématiques, mais aussi tous leurs partenaires au sein du système d'éducation, y compris les parents. Tous les partenaires jouent un rôle significatif dans la création des conditions idéales permettant aux enseignants et enseignantes d'assurer un enseignement efficace, et aux élèves d'apprendre en utilisant toutes leurs habiletés. Tous les intervenants et intervenantes doivent connaître et comprendre les composantes d'un programme efficace de mathématiques au cycle intermédiaire.

# 2. Instructions officielles

## 2 Instructions officielles :

### Programme Officiel de la deuxième année du cycle secondaire collégial

- **Premier semestre:**

| **1. Les activités numériques :** | |
|---|---|
| Les opérations sur les nombres rationnels | - La maîtrise des quatres opérations et surtout le produit et la somme à travers des exemples simples et varie.<br>- La connaissance de la formule $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ et de l'inverse d'un nombres et sur l'écriture $\frac{1}{a} = a^{-1}$<br>- L'utilisation des relations: $a^n a^n = a$ : $(ab)^n = a^n b^n$ et $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$<br>- A travers des exemples<br>- Reconnaître l'écriture scientifique et ordre de grandeur d'un nombre.<br>- La maîtrise des puissances d'exposant négatif. |
| **2. Les activités géométriques :** | |
| - La symétrie axiale<br><br><br><br><br>- Le triangle<br>- Les droite remarquables dans un triangle.<br>- La droite passant par les milieux des deux côtés d'un triangle | - Construction du symétrique d'un point, segment , droite, demi-droite angles et centre par rapport à une droite.<br>- Utilisation de la symétrie axiale et la symétrie centrale dans des démonstrations.<br>- Utilisation de la médiatrice d'un segment.<br>- Utilisation des propriétés du parallélogramme.<br>- Reconnaître les propriétés des hauteurs, des médianes, des bissectrices, des médiatrices dans un triangle et son utilisation.<br><br>- Reconnaître la position du centre de gravité d'un triangle sur sa médiane. |

| | |
|---|---|
| - La droite parallèle au côté d'un triangle et coupant les deux autres | - La connaissance et l'utilisation des théorèmes suivants:<br>* Dans un triangle, la droite passant par les milieux de côtés est parallèle au troisième<br>* Dans un triangle, la droite passant par le milieu d'un côté et parallèle à un autre....<br>le troisième en son milieu.<br>* La longueur du segment dont les extrémités sont les milieux de deux côtés triangle égale à la moitié de la longueur du troisième côté.<br>* Dans un triangle, si $M \in [AB]$ ; $N \in [AC]$ et $(AB) // (MN)$<br>alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$<br>* Division d'un segment aux segments isométriques. |

- **Deuxième semestre:**

| **1. Les activités numériques :** | |
|---|---|
| Calcul littéral<br><br>- Simplification, développement facturation<br><br><br><br><br><br>- L'ordre et les opérations<br><br><br><br>- Présentation des nombres réels | - Simplification des expressions à une seule variable<br>- Développer des expressions , comme<br>- Résolution d'une equation du premier degré à une seule inconnue et des equations simples dont la résolution se ramène à la résolution d'equation du premier degré à une seule inconnue.<br>- Mathématiser un problème et le résoudre en utilisant une equation du premier degré à une seule inconnue , et interpréter le résultat.<br>- Comparer deux nombres rationnels et maîtriser les règles relatives à l'ordre,.....<br>et la multiplication (multiplier les deux membres d'une inégalité par un rationnel positif)<br>- Sensibiliser les élèves de l'existence d'autres nombres, à travers des activités numériques ou géométriques. |
| **2. Les activités graphiques et statistiques** | |
| - La proportionnalité<br>- La fonction affine<br><br><br><br><br><br><br>- Statistiques | - Relier la proportionnalité par l'alignement des points avec l'origine du repère<br>- Lire une représentation graphique.<br>- Reconnaître et traiter les situations de proportionnalité comme la vitesse moyenne.<br>- La représentation graphique d'une situation de proportionnalité.<br>- Analyse des tableaux et graphiques pour reconnaître des propriétés et relations.<br>- Calcul des effectifs cumulés , les fréquences cumulés, la moyenne arithmétique et représentation des représentations graphiques. |

| **3. La géométrie :** | |
|---|---|
| La translation<br>- Le produit d'un vecteur par un scalaire. | - Reconnaître l'image d'un point par une translation donnée.<br>- Reconnaître la translation $T$ qui transforme le point $A$ au point $B$.<br>- Construire l'image d'un point par une translation donnée.<br>- Reconnaître l'image d'un segment, une droite, une demi-droite, un angle et un cercle par une translation.<br>- Utiliser la translation dans la résolution des problèmes géométriques. |
| - Le triangle rectangle<br>- Le cercle circonscrit<br>- Théorème de Pythagore<br>- Cosinus d'un angle aigu<br><br><br><br>- Vecteurs et translation<br>- Egalité de deux vecteurs<br><br>- Somme de deux vecteurs | - Reconnaître la propriété caractéristique du triangle rectangle et circonscrit<br>- Reconnaître le théorème de Pythagore.<br><br>- Calcul de la mesure d'un côté du triangle en fonction des autres mesures.<br>- Donner une valeur approchée en utilisant la calculatrice.<br>- Reconnaître le cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle et utiliser la relation entre le cos et les mesures des côtés adjacents à l'angle.<br>- Déterminer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ par son sens, sa direction et sa longueur $AB$.<br>- Reconnaître l'égalité de deux vecteurs.<br>- Reconnaître et utiliser la relation $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ et la lier par le parallélogramme $ABCD$<br>- Construire un vecteur son origine est connu et égal à un vecteur donné.<br>- Utiliser la relation de Chasles dans la transformation de la somme de plusieurs vecteurs ou une expression vectorielle.<br>- Utiliser l'écriture $a\overrightarrow{AB}$ tel que a est un entier relatif, par exemple: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AB}$<br>- Sensibiliser de la notion de translation: reconnaître la translation qui transforme un point $A$ en un point $B$.<br>- Construire l'image d'un point appartement à la droite $(AB)$ et l'image d'un point n'appartenant pas à cette droite. |

| | |
|---|---|
| - La pyramide, le cône, et le prisme droit | - Maîtriser le développement et la construction des patrons.- Calcul des surfaces latérales; calcul des volumes.<br>- Reconnaître les différentes positions relatives de deux droites et d'une droite et un plan et de deux plans, à travers l'observation des solides en question. |

# 3. Fiches didactiques des chapitres

1 Chapitre

# NOMBRES RATIONNELS INTODUCTION ET COMPARAISON

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Savoir distinguer entre diverses écritures de nombres rationnels;<br>• Réduire une fraction d'un nombre rationnel;<br>• Comparer deux nombres rationnels;<br>• Ranger plusieurs nombres rationnels. |
| **Pré-requis** | • Nombres décimaux relatifs;<br>• Opérations sur les nombres décimaux relatifs;<br>• Proportionnalité;<br>• Comparaison de nombres relatifs. |
| **Contenu** | • Nombre rationnel;<br>• Signe d'un nombre rationnel;<br>• Égalité de deux nombres rationnels- Produit en croix<br>• Comparaison de deux nombres rationnels |
| **Prolongement** | Dans le même niveau<br>• Tous les chapitres de la classe 2 A C, en particulier :<br>• Opérations sur les nombres rationnels :<br>Somme et différence ; produit et quotient<br>• Les équations , l'ordre et opérations, proportionnalité , fonctions linéaires ;<br>• La géométrie plane et dans l'espace ;<br>• Statistiques ;<br>Dans les autres niveaux<br>• Nombres réels ;<br>• Activités numériques et/ou géométriques ;<br>Dans les autres matières<br>• Sciences physiques et chimiques ;<br>• Sciences de la vie et de la terre. |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice ;<br>• Outils numériques ;<br>• Outils géométriques (Règle ; compas ; Equerre ...) |

| | |
|---|---|
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Nombres rationnels positifs<br>• **Activité 2:** Nombres rationnels négatifs<br>• **Activité 3:** Comparaison de deux nombres rationnels négatifs |
| | **Cours**<br>• Nombre rationnel;<br>• Signe d'un nombre rationnel;<br>• Égalité de deux nombres rationnels- Produit en croix;<br>• Comparaison de deux nombres rationnels. |
| | **Pour comprendre**<br>• Opposé d'un nombre rationnel;<br>• Comparaison de deux nombres rationnels:<br>• Comparaison de deux nombres rationnels. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3<br>• Exercice résolu 4 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

**• Côté historique et / ou culturel :**

Vitesse anglaise

Le mile est une mesure de longueur anglaise.

$1\,mile = 1609,344m$

Le mile par heure se traduit en anglais par mile par heure et se note mph.

**• Orientations pédagogiques - Repères didactiques**

• Cette leçon présente de nouveaux concepts pour les apprenants, car ils ont déjà connu des nombres fractionnaires, et les nombres décimaux ; cette connaissance se limite au calcul des valeurs approchés (approximations).

Quant à cette leçon elle généralise les fractions étudiées dès le primaire et en première année du collège et l'une des difficultés de cette leçon vient de l'association et la représentation des nombres décimaux et fractionnaire, avec les nombres rationnels, et parfois son écriture décimale et la notion d'infinie.

Ainsi les objectifs de cette leçon sont :

• Savoir distinguer entre diverses écritures de nombres rationnels ;

• Réduire une fraction d'un nombre rationnel ;

• Comparer deux nombres rationnels ;

• Ranger plusieurs nombres rationnels ;

Il ne faut pas oublier que des erreurs sont très fréquentes dans cette leçon, et surtout pour la comparaison de deux nombres rationnels.

## **Partie 2:** Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

• La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

•- Dans cette leçon, l'utilisation de la calculatrice est très sollicités.

**• Traitement:**

| **Activité 1 :** Nombres rationnels positifs | |
|---|---|
| Objectif | Résoudre une situation problème, en introduisant les nombres rationnels positifs ; |
| Type de travail | Individuel et/ou en petits groupes |
| Solution proposée | 1) $\frac{100}{8} = 12,5$ et $\frac{100}{6} \simeq 16,666$<br>$\frac{100}{8}$ est un nombre décimal ; mais $\frac{100}{6}$ n'est pas un nombre décimal (notion infinité de nombre non nuls après la virgule ou une dévision qui ne s'arrête pas)<br>2) Des boites de 8 et il doit acheter 13 boites |
| **Activité 2 :** Nombres rationnels négatifs | |
| Objectif | Introduire un nombre rationnel négatif |
| Type de travail | Individuel et / ou en groupes |
| Solution proposée | 1) $x_A = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ; $x_B = \frac{7}{6}$ ; $x_C = \frac{12}{6} = 2$ ; $x_E = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$<br>2) $x_{C'} = -2 = -\frac{12}{6}$ ; $x_{E'} = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$ ; $x_{A'} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$<br>3) $x_{B'} = -\frac{7}{6}$ |
| **Activité 3 :** Comparaison de deux nombres rationnels négatifs | |
| Objectif | Comparer deux nombres rationnels négatifs |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) plus proche b) plus loin<br>2) a) $-\frac{2}{3} > -\frac{2}{5}$ b) $\frac{5}{2} > \frac{2}{3}$<br>c) Conclure ; (voir la propriété 3 du cours) |

## **Partie 3:** Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 1:**

1) a- Le quotient de -9 par -3 est 3

b- Le quotient de 1,4 par 0,3 est : 4,666 ....

c- Le quotient de $-4$ par 10 est : $-0,4$

d- Le quotient de 6 par $-4$ est : $-1,5$

e- Le quotient de $-5$ par 7 est : $-0,714$....

$\frac{-5}{7} = -0,714.....$

**Exercice 2:**

a- $\frac{-3}{-4} = 0,75$ b- $2,75$

c- $-0,48$ d- $-1,4$

**Exercice 3:**

a- $5,57$ b- $-1,82$ c- $\frac{34}{3} \simeq 11,33$

**Exercice 4:**

$a = \frac{315}{120} = \frac{21}{8}$ ; $b = -\frac{432}{720} = -\frac{3}{5}$

**Exercice 5:**

1) • Les points dont les abscisses sont positifs sont : $A$ ; $I$ et $D$.

• Les points dont les abscisses sont négatifs sont : $E$ ; $B$ et $C$.

• L'abscisse de $O$ est 0

2) $x_O = 0$

$x_A = \frac{1}{2}$

$x_I = 1$

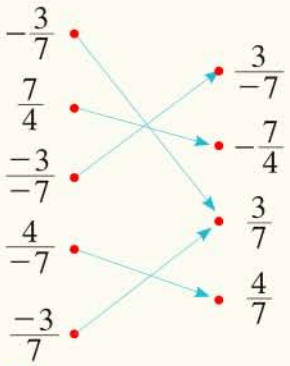
$x_D = 2,5 = \frac{5}{2}$

$x_E = -\frac{1}{2}$

$x_B = -2$

$x_C = -3,5 = -\frac{7}{2}$

**Exercice 7:**




**Exercice 8:**

a- négatif b- positif

c- négatif d- négatif

**Exercice 9:**

a- fausse b- fausse

c- juste d- fausse

**Exercice 10:**

a- $-\frac{17}{7}$ b- $\frac{17}{7}$

c- $-\frac{17}{7}$ d- $\frac{1,7}{0,7}$

**Exercice 11:**

a- $\frac{3}{-0,5} = \frac{-6}{1}$

b- $\frac{-25}{-3} = \frac{25}{3}$

c- $-\frac{4}{-7} = \frac{4}{7}$

d- $\frac{-31}{-4} = -\frac{31}{4} = \frac{-31}{4}$

**Exercice 12:**

a- $\frac{-3}{7} = \frac{-15}{35}$

b- $\frac{-5}{4} = \frac{20}{-16}$

c- $\frac{11}{6} = \frac{-33}{-18}$

d- $\frac{39}{-36} = \frac{-13}{12}$

**Exercice 13:**

a- $\frac{4}{15} = \frac{-1}{-3,75}$

b- $\frac{-7}{-5} = \frac{17,5}{12,5}$

c- $\frac{12}{9} = \frac{-4}{-3}$

d- $\frac{1,5}{54} = \frac{6}{216}$

**Exercice 14:**

a- $\frac{24}{8} = \frac{30}{10}$ b- $\frac{10}{8} = \frac{30}{24}$

**Exercice 15:**

$\frac{3}{215} = \frac{6}{430}$ et $\frac{-7}{86} = \frac{-35}{430}$

$\frac{-2}{15} = \frac{-16}{120}$ et $\frac{5}{24} = \frac{25}{120}$

**Exercice 16:**

Pour le professeur

$9 = 3^2$ ; $4 = 2^2$ ; $12 = 2^2 \times 3$

$18 = 3^2 \times 2$ : $36 = 6^2 = 3^2 \times 2^2$

Le plus petit commun multiple des nombres 9 ; 4 ; 12 ; 18 ; et 36 est $3^2 \times 2^2 = 36$

a- $\frac{2}{9} = \frac{8}{36}$ ; $\frac{-3}{4} = \frac{-27}{36}$ ;

$\frac{-5}{12} = \frac{-15}{36}$ ; $\frac{7}{18} = \frac{14}{36}$ et $\frac{-1}{36}$

On a :

$$\frac{-27}{36} < \frac{-15}{36} < \frac{-1}{36} < \frac{8}{36} < \frac{14}{36}$$

donc :

$$\frac{-3}{4} < \frac{-5}{12} < \frac{-1}{36} < \frac{2}{9} < \frac{7}{18}$$

Pour vérifier autrement

$-0,75 < -0,416... < -0,027... < 0,22... < 0,32$

**Exercice 17:**

a- $\frac{10}{11} < \frac{31}{33}$ ; b- $\frac{-3}{16} > \frac{-7}{20}$

**Exercice 24:**

a- $\frac{3,5}{10,4} = -\frac{28}{-83,2}$

b- $-\frac{1}{10,4} = \frac{0,25}{-2,6}$

**Exercice 25:**

a- $\frac{3+x}{5-x} = \frac{1}{3}$

b- $\frac{1-2x}{x+2} = -\frac{3}{4}$

On trouve : $x = -1$

on trouve $x = 2$

**Exercice 26:**

a- $\frac{x}{y} = \frac{-3}{7}$ ; b- $\frac{-x}{3} = \frac{y}{7}$

c- $\frac{1}{y} = \frac{-3}{7x}$ ; d- $\frac{-1}{x} = \frac{7}{3y}$

**Exercice 27:**

$\frac{25}{17} = \frac{-100}{-68}$

**Exercice 28:**

$\frac{x}{-11}$ est négatif

$\frac{4}{-y}$ est positif

$\frac{-y}{-13}$ est négatif

$\frac{-x}{-y}$ est négatif

$\frac{-7}{-x}$ est positif

2 Chapitre

# NOMBRES RATIONNELS SOMME ET DIFFÉRENCE

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Savoir calculer la somme de deux nombres rationnels;<br>• Savoir calculer la différence de deux nombres rationnels;<br>• Conduire un calcul contenant l'addition et/ ou la soustraction des nombres rationnels;<br>• Utiliser la somme et la différence de nombres rationnels pour résoudre des problèmes |
| **Pré-requis** | • Calcul de la somme et de la différence de deux nombres en écriture fractionnaire;<br>• Calcul de la somme et la différence de deux nombres décimaux relatifs. |
| **Contenu** | • Addition de deux nombres rationnels;<br>• Soustraction de deux nombres rationnels. |
| **Prolongement** | Même niveau 2AC:<br>La somme et la déférence des nombres rationnels s'appliquent:<br>• Dans tous les chapitres de la 2 AS.<br>• Activités algébriques et géométriques ;<br>Niveaux des classes supérieures:<br>• Nombres réels; fonctions affines ;<br>• Équations du 1er et second degré à une inconnue ;<br>• Système d'équations ; statistiques ; géométrie plane et dans l'espace.<br>Autre matières:<br>• Sciences de la vie et la terre;<br>• Physiques et Chimie;<br>• Technologie. |
| **Matériel didactique** | • Outils numériques (Calculatrice et autres , ....)<br>• Matériels géométriques (Règles ; Compas , Equerre ; Crayons de couleurs...) |

| | |
|---|---|
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PÉS-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Somme de deux nombres rationnels;<br>• **Activité 2:** Somme de deux nombres rationnels;<br>• **Activité 3:** Somme et différence des nombres rationnels |
| | **Cours**<br>• Addition de deux nombres rationnels;<br>• Soustraction de deux nombres rationnels |
| | **Pour comprendre**<br>• Somme de deux nombres rationnels;<br>• Différence de deux nombres rationnels;<br>• somme algébrique. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3<br>• Exercice résolu 4 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

**• Côté historique et/ou culturel :**

Les fractions sont connues depuis très longtemps. Les Egyptiens savaient déjà faire des calculs de certaines d'entre elles.

Les notions des fraction en Egypte s'inspirait de l'oeil d'une divinité : Horus

**• Côté pédagogique :**

Les opérations, en particulier l'addition et la soustraction sur les nombres rationnels, sont une extension des opérations sur les nombres décimaux ; cette partie est une occasion de vérifier les acquis des élèves , et de surmonter les obstacles chez les élèves , en particulier lors de la réduction au même dénominateur des nombres rationnels. Et on ne se limite pas aux fractions qui ont le même dénominateurs.

Ainsi, les objectifs de cette leçon sont:

Savoir calculer la somme prés la différence de deux nombres rationnels ,

Conduire un calcul contenant l'addition et ou la soustraction des nombres rationnels

Résoudre des problèmes algébrique et /ou géométrique en utilisant la somme et / ou la différence de nombres rationnels.

## Partie 2: Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

• La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible,

l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, si non les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

- Dans cette leçon, les activités nécessitent plus de temps, ou recommande, alors à l'enseignant(e) de demander aux élèves, d'en traiter une partie à l'avance.

**• Traitement:**

| **Activité 1 :** Somme de deux nombre rationnels | |
|---|---|
| Objectif | Savoir calculer la somme de deux nombres rationnels pour résoudre un problème |
| Type de travail | Individuel et / ou en groupes |
| Solution proposée | 1) $\frac{30}{100}+\frac{1}{4}=\frac{11}{20}$<br>2) $\frac{9}{20}$<br>3) Oui il a raison |
| **Activité 2 :** Somme de deux nombres rationnels | |
| Objectif | Calculer la somme de deux nombres rationnels de signes contrairs en utilisant la droite graduée |
| Type de travail | Individuel et / ou par groupes pour favoriser la communication |
| Solution proposée | 1) $x_{A'}=-\frac{5}{3}$<br>2) $-\frac{7}{3}+\frac{2}{3}=-\frac{5}{3}$ (en utilisant l'abscisse de $B$ et le déplacement sur la droite graduée)<br>3) On trouve en utilisant la même méthode: $\frac{-1}{6}+\frac{5}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ et $\frac{-4}{7}-\frac{9}{7}=\frac{-13}{7}=-\frac{13}{7}$ |
| **Activité 3 :** Somme et différence des nombres rationnels | |
| Objectif | Utiliser la somme et la différence de nombres rationnels pour résoudre des problèmes. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | $-\frac{1}{10}+\frac{3}{15}-\frac{3}{20}=-\frac{1}{20}$ , Oui elle a atteint son objectif. |

## **Partie 3:** Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 1:**

a) $\frac{20}{7}$ b) $\frac{8}{9}$

c) $\frac{16}{11}$ d) $\frac{12,2}{4,1}=\frac{122}{41}$

e) $1$ f) $\frac{7}{4,3}=\frac{70}{43}$

**Exercice 2:**

a) $\frac{17}{25}$ b) $\frac{23}{9}$

c) $\frac{39}{28}$ d) $\frac{11}{4}$

e) $\frac{13}{8}$ f) $\frac{28}{9}$

**Exercice 3:**

a) $\frac{23}{24}$ b) $\frac{43}{55}$

c) $\frac{76}{75}$ d) $\frac{9}{40}$

e) $\frac{13}{60}$ f) $\frac{37}{28}$

**Exercice 4:**

a) $2$ b) $-\frac{7}{3}$

c) $-\frac{17}{7}$ d) $-\frac{1}{21}$

**Exercice 5:**

a) $\frac{7}{4};\frac{7}{5};\frac{23}{7}$

b) $\frac{19}{2};\frac{17}{4};\frac{143}{42}$

**Exercice 6:**

a) $\frac{-1}{2};\frac{-9}{4};\frac{25}{3}$

b) $\frac{4}{7};-\frac{3}{7};-\frac{1}{8}$

**Exercice 7:**

a) $\frac{53}{18};\frac{-47}{15};\frac{46}{35}$

**Exercice 8:**

a) $-\frac{16}{5}$ b) $-\frac{9}{14}$

c) $-\frac{4}{3}$ d) $\frac{5}{9}$

**Exercice 9:**

$A=\frac{497}{1872}$

$B=-\frac{796}{5635}$

$C=-\frac{341}{650}$

$D=\frac{497}{1872}+\frac{-796}{5635}-\frac{-341}{650}$

forme exacte:

$\boxed{D=\frac{34222519}{52743600}}$

forme décimale:

$D=0,64884685.....$

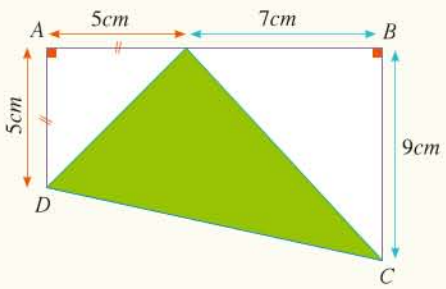
**Exercice 10:**

1) $\frac{3}{5}+\frac{2}{3}=\frac{19}{15}$

Elle a en total $\frac{19}{15}$ de litre:

2) $\frac{19}{15}<2$ ; donc Hiba ne va pas remplir la bouteille

**Exercice 11:**




L'aire la partie colorée et la différence entre l'aire du trapèze $ABCD$ et la somme des

aires des deux triangles

$$A = \frac{(BC+AD)\times AB}{2} - \left(\frac{EB\times BC}{2} + \frac{AE\times AD}{2}\right)$$

$$= \frac{(9+5)\times(5+7)}{2} - \left(\frac{7\times 9}{2} + \frac{5\times 5}{2}\right)$$

$$A = 40cm^2$$

**Exercice 12:**

La part de Hicham et Nadia est:

$$\frac{2}{15} + \frac{1}{9} = \frac{11}{45}$$

Le reste pour Hicham et Karim (les deux)

$$1 - \frac{11}{45} = \frac{34}{45}$$

• La part de chacun est : $\frac{17}{45}$

Vérification:

$$\frac{17}{45} + \frac{17}{45} + \frac{2}{15} + \frac{1}{9} = 1$$

**Exercice 15:**

a) 5

b) 6

c) • $\frac{34}{8} + \frac{15}{8} + \frac{2}{8} = \frac{29}{4}$

Donc le résultat sera:

$$\left(\frac{34}{8} + \frac{15}{8} + \frac{9}{8} - \frac{29}{4}\right) + \frac{11}{9} = \frac{11}{9}$$

**Exercice 17:**

a) $-\frac{5}{6}$ b) 1

c) 6 d) 3

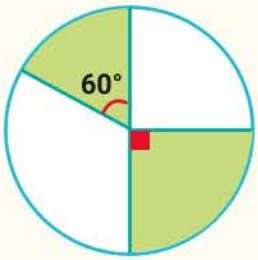
**Exercice 21:**

a) $\frac{17}{24}$ b) $\frac{57}{4}$

c) $-\frac{25}{144}$ d)-2

e) $-\frac{1}{36}$ f) $\frac{97}{75}$

**Exercice 24:**




La partie coloriée représente :

On a : $\frac{360}{60} = 6$

Donc la partie coloriée représente $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$

**Exercice 29:**

Youness a le droit de jouer $\frac{5}{3}h$ par jour, il a joué $\frac{4}{3}h$

donc, il lui reste: $\frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$ d'heure.

**Exercice 30:**

Karim a pris $\frac{1}{3}$ du trésor.

Souad a pris $\frac{5}{9}$ du trésor.

Ils ont récupéré $\frac{1}{3} + \frac{5}{9} = \frac{8}{9}$ du trésor.

3 Chapitre

# NOMBRES RATIONNELS PRODUIT ET QUOTIENT

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Savoir calculer le produit de deux nombres rationnels;<br>• Savoir calculer le quotient de deux nombres rationnels;<br>• Connaître l'inverse d'un nombre rationnel non nul;<br>• Effectuer des calculs algébriques sur les nombres rationnels;<br>• Utiliser le produit et le quotient de nombres rationnels pour résoudre des problèmes. |
| **Pré-requis** | • Calcul du produit et du quotient de nombres positifs et en écriture fractionnaire;<br>• Calcul du produit et du quotient de nombres décimaux relatifs;<br>• Calcul de la somme et de la soustraction des nombres rationnels. |
| **Contenu** | • Produit de deux nombres rationnels;<br>• Quotient de deux nombres rationnels. |
| **Prolongement** | • Dans d'autres chapitres de ce niveau:<br>- Tous les chapitres de ce niveau;<br>- Activités numériques et/ou géométriques;<br>• Dans les autres niveaux :<br>- Nombres réels;<br>- Fonctions affines;<br>- Equations du 1er et 2ème degré;<br>- Système d'équation;<br>- Activités géométriques et/ou algébriques.<br>• Dans d'autres disciplines :<br>- Physique-chimie;<br>- Géographie;<br>- Sciences de la vie et la terre. |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Autres outils numériques (Géogebra,...)<br>• Matériels de géométrie (Règles; compas, Equerre, Rapporteur; Crayons de couleurs;...) |

| | |
|---|---|
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Produit de deux nombres rationnels<br>• **Activité 2:** Produit de deux nombres rationnels<br>• **Activité 3:** Inverse d'un nombre rationnel non nul- Quotient de deux nombres rationnels |
| | **Cours**<br>• Produit de deux nombres rationnels;<br>• Quotient de deux nombres rationnels;<br>a) Inverse d'un nombre rationnel non nul :<br>b) Quotient de deux nombres rationnels: |
| | **Pour comprendre**<br>• Produit de deux nombres rationnels;<br>• Inverse d'un nombre rationnel non nul;<br>• Quotient de deux nombres rationnels. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3<br>• Exercice résolu 4<br>• Exercice résolu 5<br>• Exercice résolu 6 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

### • Côté historique et/ ou culturel

$\pi$ est il égal à une fraction?

Le mathématicien français Johann Heinrich LAMBERT démontra, au milieu du XVIII[e] siècle, que le nombre $\pi$ ne peut pas être égal à une fraction.

$\pi$

Heinrich LAMBERT
(1728-1777)

### • Côté pédagogique

La notion de multiplication et la division des nombres rationnels, comme d'addition et la soustraction sont des notions fondamentales au collège.

Et cette partie d'algèbre est un moyen de donner un sens aux opérations, en choisissant des situations appropriеés.

Les objectifs de cette leçon sont :

- Savoir calculer le produit, puis le quotient de deux nombres rationnels;
- Connaître l'inverse d'un rationnel non nul;
- Effectuer des calculs algébriques sur les nombres rationnels pour résoudre des problèmes.

## **Partie 2:** Gestion des activités

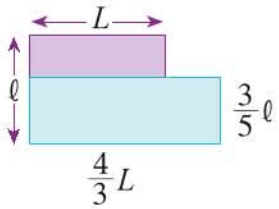
**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

• La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, si non les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

**• Traitement:**

<table>
<tr><th colspan="2">Activité 1 : Produit de deux nombres rationnels</th></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Utiliser le produit de deux nombres rationnels posotifs pour résoudre un problème</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel ou en groupes</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>a) Le nouveau de rectangle est en bleu<br>• Aire du premier rectangle est $L \times \ell$<br>• Aire du nouveau rectagle sera :<br>$\mathscr{A}' = \frac{4}{3}L \times \frac{3}{5}\ell = \frac{4}{3} \times \frac{3}{5} \times L \times \ell$<br>L'aire sera multiplié par $\frac{4}{5}$<br>  </td></tr>
<tr><th colspan="2">Activité 2 : Produit de deux nombres rationnels</th></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Introduire le produit de deux nombres rationnels</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>Produit de deux nombres rationnels<br>1) a) $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{21}$ ; $6 \times \frac{11}{3} = 22$ ; $\frac{17}{7} \times 2 = \frac{34}{7}$<br>b) $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$<br>2) $\frac{-5}{18} \times \frac{3}{-5} = \frac{1}{6}$ ; $15 \times \frac{-3}{11} = -\frac{45}{11}$ ; $\frac{-1}{7} \times \frac{-2}{9} = \frac{2}{63}$</td></tr>
</table>

| **Activité 3 :** Inverse d'un nombre rationnel non nul- Quotient de deux nombres rationnels | |
|---|---|
| Objectif | - Connaître l'inverse d'un nombre rationnel;<br>- Connaître le quotient de deux nombres rationnels |
| Type de Travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) $\left(-\frac{7}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{7}\right)=1$<br>b) L'inverse de $\frac{5}{3}$ est $\frac{3}{5}$ ; l'inverse de $-\frac{7}{11}$ est $-\frac{11}{7}$<br>2) $-\frac{5}{3}\times\frac{4}{5}=-\frac{20}{15}$<br>3) $\frac{11}{3}:\frac{5}{7}=\frac{\frac{11}{3}}{\frac{5}{7}}=\frac{11}{3}\times\frac{1}{\frac{5}{7}}=\frac{11}{3}\times\frac{7}{5}=\frac{77}{35}$ |

## **Partie 3:** Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 1:**

a) $\frac{10}{21}$ b) $-1$ c) $\frac{8}{27}$

d) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{7}{2}$ f) $-\frac{31}{25}$

**Exercice 2:**

a) $\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}=\frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{5}\times\frac{7}{3}=\frac{21}{15}$

c) $\frac{5}{8}\times\frac{9}{2}=\frac{45}{16}$ d) $\frac{5}{6}\times 11=\frac{55}{6}$

**Exercice 3:**

a) $\frac{52}{5}$ b) $\frac{41}{540}$

c) $\frac{61}{450}$ d) $\frac{33}{80}$

**Exercice 4:**

a) $-\frac{8}{5}$ b) $\frac{18}{7}$

c) 6 d) $\frac{8}{45}$

**Exercice 5:**

a) $\frac{10}{9}$ b) $-\frac{80}{9}$

c) $\frac{18}{11}$ d) 6

**Exercice 6:**

a) $\frac{5}{4}$ b) $-\frac{7}{4}$

c)-12 d) $\frac{1}{3}$

**Exercice 7:**

a) $-\frac{2}{9}$ ; $-36$

b) $\frac{7}{16}$ ; $\frac{3}{20}$

c) $-\frac{18}{11}$ ; $\frac{1}{15}$

d) 1 ; $\frac{4}{25}$

e)-1 ; $-\frac{49}{25}$

**Exercice 8:**

$\frac{1}{a}=-\frac{1}{40}$ ; $\frac{1}{b}=-\frac{5}{16}$ ; $\frac{1}{c}=4$

$\frac{1}{d}=2$ ; $\frac{1}{e}=-\frac{5}{3}$ ; $\frac{1}{f}=-7$

**Exercice 9:**

Dans cet exercice, on pourra vérifier les résultats avec une calculatrice.

a) $\frac{63}{64}:\frac{45}{56}=\frac{49}{40}$

$-\frac{111}{80}:\frac{37}{32}=-\frac{6}{5}$

$-\frac{28}{121}:-\frac{78}{99}=\frac{42}{143}$

b) $-\frac{17}{91}:\frac{289}{-182}=-\frac{2}{17}$

$\frac{-93}{105}:\frac{31}{-21}=\frac{3}{5}$

$\frac{-75}{-77}:\frac{161}{45}=\frac{3375}{12397}$

c) $\frac{-62}{23}:\frac{28}{51}=\frac{1581}{322}$

$\frac{-201}{75}:\frac{65}{134}=-\frac{8978}{1625}$

$\frac{52}{45}:\frac{39}{-72}=-\frac{32}{15}$

**Exercice 10:**

$\frac{35}{100}\times\frac{3}{5}=\frac{21}{100}$

**Exercice 11:**

$\frac{3}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$

**Exercice 13:**

| $\times$ | $-\frac{7}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $-\frac{8}{11}$ |
|---|---|---|---|
| $\frac{5}{3}$ | $-\frac{7}{3}$ | $\frac{5}{18}$ | $-\frac{40}{33}$ |
| $-\frac{9}{4}$ | $\frac{63}{20}$ | $-\frac{3}{8}$ | $\frac{18}{11}$ |
| $-\frac{2}{7}$ | $\frac{2}{5}$ | $-\frac{1}{21}$ | $\frac{16}{77}$ |

**Exercice 14:**

a) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{3} \times 7$

b) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times (-15)$

c) $\frac{3}{7} \times \frac{1}{10} \times \frac{3}{5}$

d) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{-6}{35}$

**Exercice 15:**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{3}{2}$ | × | $-\frac{5}{3}$ | = | $-\frac{5}{2}$ |
| × | | × | | × |
| $-\frac{3}{7}$ | × | $-\frac{1}{9}$ | = | $\frac{1}{21}$ |
| = | | = | | = |
| $\frac{-9}{14}$ | × | $\frac{5}{27}$ | = | $-\frac{5}{42}$ |

**Exercice 16:**

Dans cet exercice, on pourra vérifier les calcules à l'aide d'une calculatrice.

a) $-\frac{12}{7}$ ; $-\frac{876}{96}$

b) $-\frac{44}{45}$ ; $\frac{77}{50}$

c) $\frac{-7}{450}$ ; $\frac{20}{21}$

d) $-\frac{12100}{333}$ ; $\frac{20}{11}$

e) $-\frac{745767}{130}$ ; $\frac{9}{2}$

**Exercice 17:**

a) $\frac{9}{4}$ ; $-\frac{5}{16}$ ; $\frac{28}{3}$

b) $\frac{5}{2}$ ; $\frac{8}{9}$ ; $-\frac{5}{72}$

c) $\frac{14}{27}$ ; $\frac{-243}{64}$ ; $-\frac{31}{25}$

**Exercice 19:**

a) $-\frac{19}{42}$ ; $-\frac{117}{44}$ ; $-\frac{51}{26}$

b) $-\frac{9}{20}$ ; $-\frac{12}{11}$ ; $\frac{45}{2}$

c) $\frac{875}{864}$ ; $\frac{288}{187}$ ; $-\frac{12}{11}$

d) $\frac{2048}{4625}$ ; $\frac{20700}{6913}$ ; $\frac{13}{3}$

**Exercice 20:**

• Il a vendu $\frac{45}{100}$ de la marchandise le matin

• Il lui reste $1 - \frac{45}{100} = \frac{55}{100}$

• Il a vendu les $\frac{2}{3}$ de ce qui lui reste

c'est-à-dire : $\frac{2}{3} \times \frac{55}{100} = \frac{11}{30}$

Il lui reste $1 - \frac{11}{30} = \frac{19}{20}$ de marchandise.

Autrement : $\frac{45}{100} + \frac{2}{3}\left(1 - \frac{45}{100}\right) = \frac{19}{20}$

**Exercice 21:**

a) $\frac{9}{2} \div \left(-\frac{12}{5}\right) = \frac{9}{2} \times \left(-\frac{5}{12}\right) = -\frac{15}{8}$

b) $\frac{3}{7} \div \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{3}{7} \times \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{3}{2}$

c) $\frac{12}{-5} \div \frac{18}{-25} = \frac{12}{-5} \times \left(\frac{-25}{18}\right) = \frac{10}{3}$

d) $\left(\frac{2}{3} \times \frac{9}{7} \times \frac{10}{11}\right) \div \frac{4}{11} = \left(\frac{2}{3} \times \frac{9}{7} \times \frac{10}{11}\right) \times \frac{11}{4} = \frac{15}{7}$

e) $\left(\frac{9}{2} \times \frac{6}{7} \times \frac{11}{8}\right) \div \frac{11}{7} = \left(\frac{9}{2} \times \frac{6}{7} \times \frac{11}{8}\right) \times \frac{7}{11} = \frac{27}{8}$

f) $\left(\frac{1}{7} \times \frac{6}{5} \times \frac{1}{8}\right) \div \left(\frac{1}{2} \times \frac{7}{6}\right) = \left(\frac{1}{7} \times \frac{6}{5} \times \frac{1}{8}\right) \div \left(\frac{7}{12}\right)$

$= \left(\frac{1}{7} \times \frac{6}{5} \times \frac{1}{8}\right) \times \frac{12}{7}$

$= \frac{9}{245}$

4 Chapitre

# NOMBRES RATIONNELS LES QUATRE OPÉRATIONS

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Calculer la somme, la différences le produit et le quotient de deux nombres rationnels avec ou sans calculatrice;<br>• Effectuer une suite d'opérations avec ou sans parenthèses.<br>• Organiser un calcul et utiliser les règles de priorités;<br>• Résoudre des problèmes en utilisant les quatre opérations sur les nombres rationnels. |
| **Pré-requis** | • Addition et soustraction des nombres rationnels;<br>• Produit et quotient des nombres rationnels;<br>• Comparaison des nombres rationnels. |
| **Contenu** | • Calculs sans parenthèses;<br>• Calculs avec parenthèses;<br>• Opposé d'une somme;<br>• somme et produit de plusieurs nombres rationnels. |
| **Prolongement** | • Dans d'autres chapitres de ce niveau :<br>Activités algébriques et géométriques;<br>Tout le reste des chapitres de ce niveau.<br>• Dans les niveaux supérieurs :<br>- Racines carrés;<br>- Identités remarquables;<br>- Ordre et puissance; Equations et inéquations;<br>- Tous les chapitres de la géométrie plane et de l'espace;<br>- Fonctions linéaires et affines;...<br>• Dans d'autres disciplines :<br>- En physique-chimie<br>- SVT<br>- Géographie |

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Matériel de géométrie; (Compas; Equerre; Règle);<br>• logiciel (par exemple Geo Gebra...) |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Enchaînement d'opérations<br>• **Activité 2:** Enchaînement d'opérations<br>• **Activité 3:** Opposé d'une somme- Opposé d'une différence |
| | **Cours**<br>• Calculs sans parenthèses;<br>• Calculs avec parenthèses;<br>• Opposé d'une somme;<br>• somme et produit de plusieurs nombres rationnels |
| | **Pour comprendre**<br>• Calcul sans parenthèses;<br>• Priorités des opérations;<br>• Calcul avec parenthèses. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3<br>• Exercice résolu 4 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

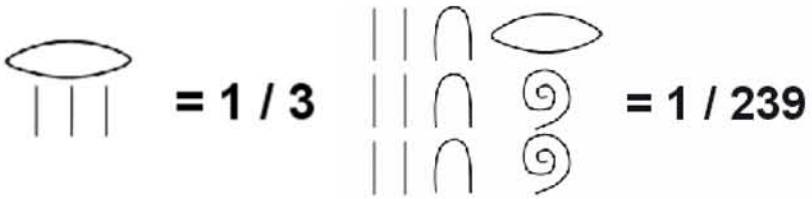
## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

**• Côté historique et/ou culturel :**

Les fractions en Egypte

Au IIIème millénaire avant J.C , en Egypte, les scribes écrivent les nombres sur des papyrus sous forme de hiéroglyphes. Les égyptiens un système de numération (reposant sur le principe additif). Ils représentent les fractions de type 1/n (fractions unitaires) en plaçant le symbole de bouche au dessus du déominateur.

Seules certaines fractions disposent de symboles spécifiques. Il s'agit de 1/2, 1/3, 2/3 et 1/4:




Toutes les fractions sont ainsi exprimées comme somme de fractions unitaires. On peut expliquer ce choix par soucis de grande précision.

Par ailleurs, la décomposition n'est pas nécessairement la plus simple possible car elle doit se faire avec des fractions différentes.

On privilégiera par exemples $3/5 = 1/10 + 1/2$ devant $3/5 = 1/5 + 1/5 + 1/5$.

Dans leur système d'écriture , la duplication (multiplication par 2) joue alors un rôle essentiel. Les égyptiens disposent d'ailleurs de tables de décomposition du double d'une fraction donnée.

**• Côté pédagogique :**

Les opérations sur les nombres rationnels, et surtout l'enchaînement de l'addition, soustraction, multiplication et division permet de réactiver les règles de calcul pour une suite d'opérations, avec ou sans parenthèses.

• L'utilisation de la calculatrice pour opérer sur les fractions de façon à obtenir automatiquement la réponse sous forme simplifiée.

• Cette partie permet de modéliser des situations, d'analyser et de comprendre le vocabulaire utilisé «exemple, prendre le tiere de ce qui reste...)

Sans oublier pour l'enseignant(e) de mettre en évidence les objectifs cités au début du chapitre.

## **Partie 2:** Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

• La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, si non les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

**• Traitement:**

| **Activité 1 :** Enchaînement d'opérations | |
|---|---|
| Objectif | Effectuer une suite d'opération avec ou sans parenthèse, en utilisant les régles priorités des opérations. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) Si le $\frac{5}{9}$ et $\frac{1}{3}$ des places sont déjà réservées, le reste est : $1-\left(\frac{5}{9}+\frac{1}{3}\right)$<br>(le chiffre 1 représente le théâtre complet)<br>Réponse $a$ et $b$ sont justes.<br>2) 128 places sont réservées aux personnes handicapées. |
| **Activité 2 :** Enchaînement d'opérations | |
| Objectif | Utiliser les quatre opérations pour résoudre un problème. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) L'idée est de soustraire l'aire du demi-disque de l'aire du trapèze.<br>$Aire = \frac{\left(\frac{4}{3}+\frac{7}{5}\right)\times\frac{3}{4}}{2} - \pi\left(\frac{\frac{3}{4}}{2}\right)^2 : 2$ |
| **Activité 2 :** Opposé d'une somme - Opposé d'une différence | |
| Objectif | Manipuler l'opposé d'une somme, et d'une différence, c'est-à-dire les formules : $-(a+b)$ ; $-(a-b)$ |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) Compléter le tableau b) Conclure<br>2) a) Compléter le tableau b) Conclure |

## **Partie 3:** Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 1:**

$A=\frac{2}{5}$ ; $B=-1$ ; $C=-\frac{51}{70}$

**Exercice 2:**

$A=-\frac{253}{40}$ ; $B=-\frac{2}{5}$ ; $C=\frac{1}{2}$

**Exercice 3:**

$A=\frac{15}{44}$ ; $B=-\frac{2}{5}$ ; $C=\frac{1}{2}$

**Exercice 4:**

$A=-\frac{208}{25}$ ; $B=\frac{28}{5}$ ; $C=-\frac{147}{10}$

**Exercice 5:**

$A=\frac{5}{2}$ ; $B=\frac{11}{60}$ ; $C=\frac{83}{48}$

**Exercice 6:**

$A=\frac{3}{52}$ ; $B=\frac{65}{4}$ ; $C=\frac{91}{6}$

**Exercice 7:**

$A=\frac{1}{9}$

$B=\frac{1}{4}\times\frac{5}{8}\times\frac{9}{11}\times\frac{4}{5}\div\frac{1}{88}=9$

$C=\frac{1}{4}$

**Exercice 8:**

$A=\frac{22}{5}$ ; $B=\frac{291}{7}$ ; $C=-\frac{21}{22}$

**Exercice 9:**

$A=\frac{1}{12}$ ; $B=\frac{8}{21}$ ; $C=1$

**Exercice 10:**

$A=-\frac{44}{3}$ ; $B=-\frac{5}{9}$ ; $C=\frac{7}{2}$

**Exercice 11:**

$A=\frac{37}{12}$ ; $B=-1$ ; $C=\frac{5}{2}$

**Exercice 12:**

$A=\frac{3}{4}\left(2+\frac{1}{5}+\frac{3}{20}\right)=\frac{141}{80}$

$B=-\frac{34}{15}$

**Exercice 13:**

$A=\frac{4}{3}$ $\qquad$ $B=-\frac{92}{201}$

**Exercice 14:**

a) pour $a=\frac{1}{2}$

$A=\frac{2+\frac{1}{2}}{3-\frac{1}{2}}=1$

b) pour $a=-\frac{3}{4}$

$A=\frac{2-\frac{3}{4}}{3+\frac{3}{4}}=\frac{1}{3}$

**Exercice 15:**

$1-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{20}\right)=\frac{5}{12}$

**Exercice 16:**

a) $\frac{3}{10}x$ $\qquad$ b) $-\frac{3}{5}x$

c) $\frac{3}{7}a$ $\qquad$ d) $-\frac{1}{2}xy$

**Exercice 17:**

$A=\frac{1}{3}x$ $\qquad$ $B=x+\frac{3}{8}$

$C=x^2+\frac{1}{15}x-\frac{2}{15}$

**Exercice 18:**

$A = \frac{1}{12}$ ; $B = \frac{4}{3}$

$C = \frac{5}{49}$

**Exercice 19:**

$A = 2$ $B = \frac{33}{16}$ $C = \frac{1}{5}$

**Exercice 20:**

$E = -3 \times \frac{2}{5} + 4 \times \frac{-5}{2} - 7 \times \frac{-4}{3} = -\frac{28}{15}$

$F = \frac{4}{\frac{2}{5}} - \frac{3}{-\frac{5}{2}} + \frac{5}{\frac{4}{-3}} = \frac{149}{20}$

**Exercice 21:**

$A = \frac{51}{154}$ $B = \frac{125}{216}$

**Exercice 22:**

$A = \frac{379}{243}$ $B = \frac{154}{27}$

**Exercice 23:**

$A = \frac{583}{420}$ $B = -\frac{49}{3}$

**Exercice 24:**

$A = -3 + \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{6}\right) + \left[\left(1 - \frac{6}{7}\right) - \left(\frac{3}{7} + 2\right)\right]$

$= -3 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{7} - \frac{17}{(7)}\right)$

$= -3 + \frac{1}{2} - \frac{16}{7}$

$= -\frac{67}{14}$

$B = \left(-\frac{4}{5} - 1\right) - \left[-\left(-\frac{3}{5} + 2\right) - 9\right]$

$= -\frac{9}{5} + \left(-\frac{3}{5} + 2\right) + 9$

$= -\frac{9}{5} + \frac{7}{5} + 9$

$= -\frac{2}{5} + 9 = \frac{43}{5}$

$C = -\frac{9}{4} - \left[-\frac{9}{21} - \frac{5}{2}\right] + \left[\frac{1}{7} - \frac{3}{2}\right]$

$= -\frac{9}{4} + \frac{115}{42} - \frac{19}{14} = -\frac{73}{84}$

**Exercice 25:**

$A = \frac{4 - \frac{2}{3}}{4 + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{14}{3}} = \frac{5}{7}$

$B = \frac{5 - \frac{1}{7}}{5 + \frac{3}{7}} = \frac{\frac{34}{7}}{\frac{38}{7}} = \frac{34}{38} = \frac{17}{19}$

$C = \frac{8}{\frac{1}{5} + \frac{3}{4}} = \frac{8}{\frac{19}{20}} = 8 \times \frac{20}{19} = \frac{160}{19}$

**Exercice 26:**

$A = \frac{45}{118}$ ; $B = \frac{37}{25}$ ; $C = \frac{1}{4}$

**Exercice 27:**

$A = \frac{41}{9}$ ; $B = \frac{11}{20}$

5 Chapitre

# SYMÉTRIE AXIALE

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Utiliser le symétrique d'un point par rapport à une droite pour déterminer les symétriques des :<br>• segments, demi-droites, droites, cercles, angles;<br>• Savoir utiliser la médiatrice d'un segment pour démontrer des propriétés de symétrie axiale;<br>• Résoudre des problèmes en utilisant la symétrie axiale. |
| **Pré-requis** | • Figures géométriques simple (carré- losange- cercle...);<br>• Symétrique d'un point par rapport à un point;<br>• Triangles remarquables;<br>• Droites remarquables dans un triangle (médiatrices- bissectrices - hauteurs). |
| **Contenu** | • Symétrique d'un point;<br>• Propriétés d'une symétrie axiale;<br>• Axes de symétrie de figures usuelles. |
| **Prolongement** | Dans le même niveau:<br>• Tous les chapitres de ce niveau, en particulier<br>- triangles et parallèle;<br>- Droites remarquables dans un triangle<br>- Triangle rectangle et cercle;<br>- Vecteurs et translations.<br>• Activités numériques et/ou geométriques<br>Dans les autres niveaux:<br>• Triangles isométrique et semblables;<br>• Fonctions paire;<br>• Fonctions trigonométrique.<br>Dans d'autres disciplines:<br>• Toutes les matières scientifiques et technologiques;<br>• Arts et métièrs. |

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Matériels de géométrie (Compas; Equerre; Règle; Crayons de couleurs; papier millimitrie; papier calque;...)<br>• logiciels (exemple: Géogebra;...) |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Symétrique d'un point<br>• **Activité 2:** Symétrique d'un segment- d'une droite- d'un angle<br>• **Activité 3:** Symétrique d'un cercle |
| | **Cours**<br>• Symétrique d'un point;<br>• Propriétés d'une symétrie axiale;<br>• Axes de symétrie de figures usuelles. |
| | **Pour comprendre**<br>• Symétrique d'un point- Alignement;<br>• Symétrique d'un segement- Symétrique d'une droite;<br>• Symétrique d'un angle;<br>• Symétrique d'un cercle. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3<br>• Exercice résolu 4 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

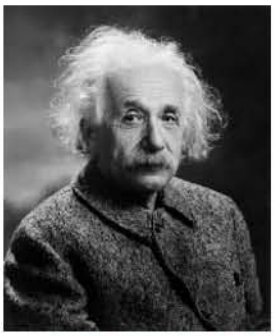
## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

**• Côté historique et / ou culturel:**

Paroles de grands savantes:

1) - «Ne t'inquiète pas si tu as des difficultés en Maths, je peux t'assurer que les miennes sont bien plus importantes !»

«L'imagination est bien plus importante que la connaissance».



**Albert EINSTEIN (1879-1955)**

2) «La vie n'est bonne qu'à étudier et à enseigner les mathématiques»

**BLAISE PASCAL (1623-1662)**

**• Côté pédagogique :**

- La symétrie axiale est un outil puissant dans l'étude des figures géométriques dans le plan, elle est considérée parmi des pré-requis des élèves.

L'enseignant doit veiller à renforcer cet outil dont l'objectif est l'utilisé pour résoudre divers problèmes afin:

- D'entrainer les élèves aux démonstrations
- De justifier quelques construction
- Déduire des résultats
- La symétrie axiale ne doit pas être présentée comme étant une application du plan, dans ce sens, toutes ses propriétés (conservation des distances, de l'alignement , de l'aire et les mesures d'angles....) doivent faire l'objet d'activités variées, reposant sur l'observation, la mesure et l'expérimentation et en profitant d'introduire quelques démonstrations simples.
- Dans cette leçon l'outil numérique est sollicité.

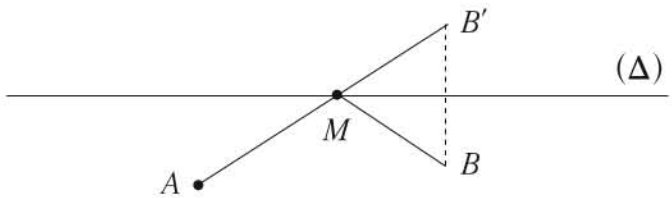
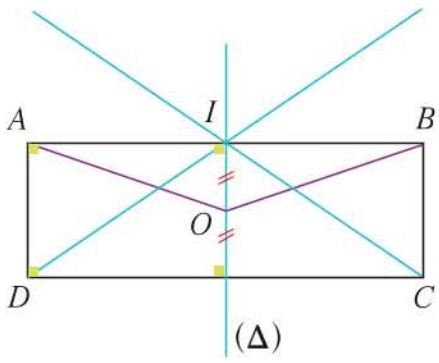
## **Partie 2:** Gestion des activités

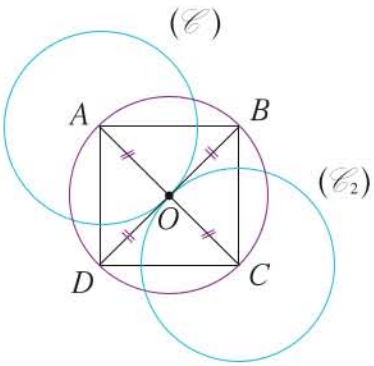
**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «je teste més pré-requis» du manuel et / ou des questions orales au besoin .

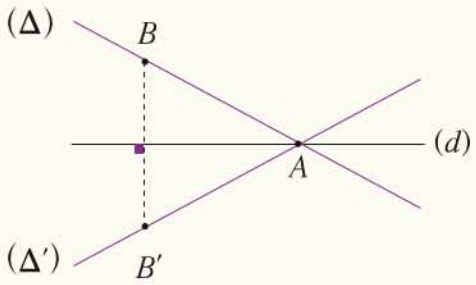
**• Traitement:**

| **Activité 1 :** Symétrique d'un point | |
|---|---|
| Objectif | Utiliser la symétrie axiale pour résoudre une situation problème. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1)  <br>2) $M$ doit être le point d'intersection de $[AB']$ avec $(\Delta)$<br>car : on a : $AM + MB = AM + MB'$<br>Donc la plus petite valeur de $AM + MB'$ est lorsque $M$ appartient au segment $[AB']$ |
| **Activité 2 :** Symétrique d'un segment - d'une droite - d'un angle | |
| Objectif | Rappeler le symétrique d'un segment, d'une droite et d'un angle par une symétrique axiale et expliciter la conservation des longeurs et la mesure des angles. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1)  |

| | |
|---|---|
| | 2) Le symétrique du segment $[OA]$ est le segment $[OB]$<br>3) Le symétrique de la demi-droite $[DI)$ est la demi-droite $[CI)$<br>4) a- Le symétrique de l'angle $\widehat{IAO}$ est l'angle $\widehat{IBO}$<br>b- Déduction<br>Le triangle $OAB$ est isocèle en $O$ car $OA = OB$<br>($\Delta$ est la médiatrice du segment $[AB]$)<br>Donc : $\widehat{IAO} = \widehat{IBO}$ |
| **Activité 3 :** Symétrique d'un cercle | |
| Objectif | Construire le symétrique d'un cercle par une symétrie axiale et en déduire que les deux cercles ont le même rayon. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) Le cercle $(\mathscr{C})$ lui même<br>2) Le symétrique de $A$ est $C$<br>Le symétrique de $O$ est $O$<br>3) a) ; b) (voir figure)<br>c) On a : $OA$ est le rayon de $(\mathscr{C}_1)$ est $OC$ est le rayon de $(\mathscr{C}_2)$, puisque $OA = OC$ alors les deux cercles ont le même rayon.<br>  |

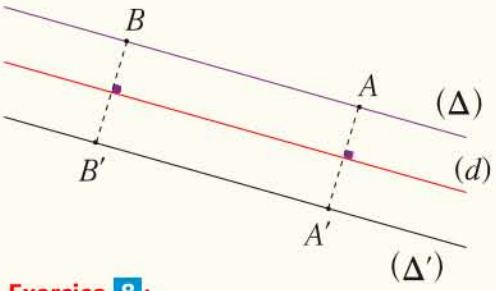
## **Partie 3:** Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 4:**

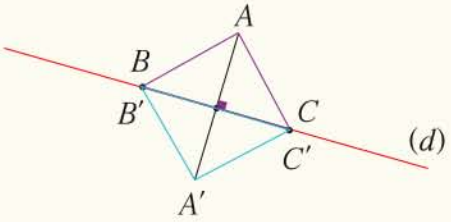



Le symétrique de la droite $(\Delta)$ par rapport à la droite $(d)$ est la droite $(\Delta')$

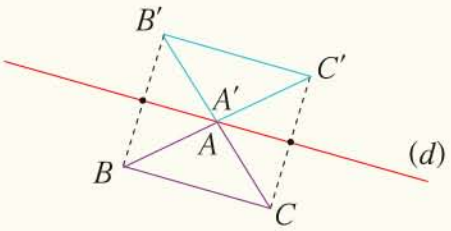
**Exercice 5:**



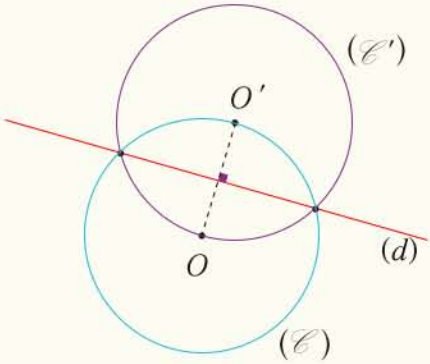

**Exercice 8:**




**Exercice 9:**

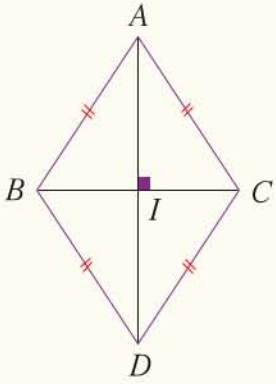



**Exercice 13:**




**Exercice 14:**

1)



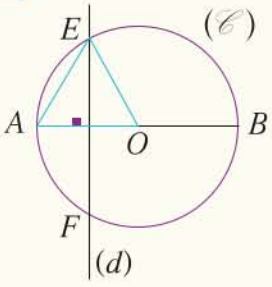

2) $ABDC$ est un parallélogramme car les diagonales ont le même milieu $I$.

- Puisque $AB = AC$ alors $ABDC$ est un losange.

3) Périmètre : $P = AB \times 4 = 16cm$

**Exercice 16:**

1) 2)



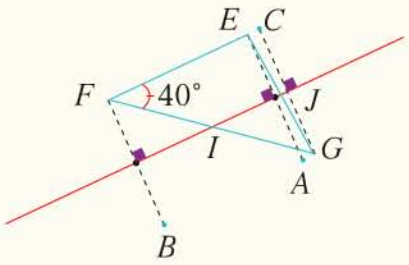
3) a) $(d)$ est la médiatrice du segment $[AO]$ et $E$ appartient à $(d)$ donc : $EA = EO$

d'où le triangle $AOE$ est isocèle

b) $OEAF$ est un losange car c'est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur.

**Exercice 17:**

1) 2)




La droite $(IJ)$ est la médiatrice du segment $(EA)$

4)- Le symétrique de $G$ est $C$

- Le symétrique de $E$ est $A$

Donc le symétrique de la droite $(GE)$ est la droite $(AC)$

5) Le symétrique de l'angle $E\widehat{F}G$ est l'angle $A\widehat{B}C$.

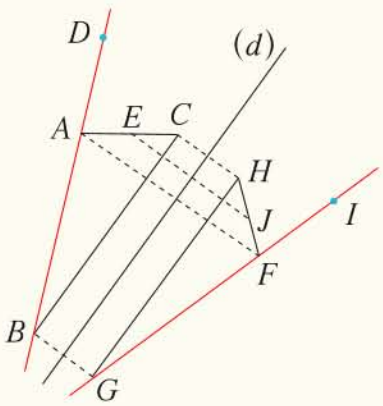
6) Puisque $E\widehat{F}G = 40°$ alors:

$A\widehat{B}C = 40°$

7) Puisque $EF = 3cm$ alors $AB = 3cm$

**Exercice 21:**

1)



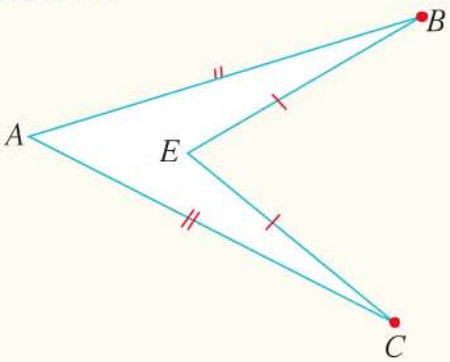

2) Les points $A$ , $B$ et $D$ sont alignés donc leurs symétriques sont aussi alignés, d'où les points $I$ , $F$ et $G$ sont alignés, par suite $I$ appartient à la droite $(FG)$.

3) On a $BC = 5cm$ donc $GH = 5cm$ car la symétrique axiale conserve les longueurs.

Puisque $E$ est le milieu du segment $[AC]$ et la symétrie axiale conserve le milieu d'un segment, alors $J$ est le milieu de $[FH]$

5) On a $A\widehat{B}C = 30°$ et la symétrie axiale conserve la mesure des angles alors $F\widehat{G}H = 30°$

**Exercice 22:**



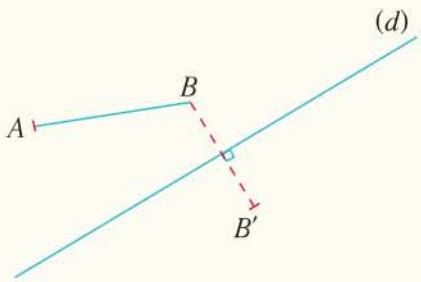
On a : $EB = EC$ donc le point $E$ appartient à la médiatrice du segment $[BC]$

- On a : $AB = AC$ donc le point $A$ appartient à la médiatrice du segment $[BC]$

d'où la droite $(AE)$ est la médiatrice du segment $[BC]$

Par suite, le point $C$ est le symétrique du $B$ par rapport à la droite $(AE)$.

**Exercice 23:**




La droite $(AB)$ coupe $(d)$ en $E$

- $E$ est son propre symétrique car $E$ appartient à la droite $(d)$

- Le symétrique de $(BE)$ est la droite $(B'E)$ car le symétrique d'une droite est une droite.

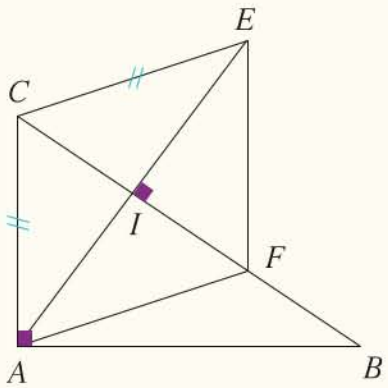
- $A \in (BE)$ donc $A'$ est un point de la droite $(B'E)$ car la symétrie axiale conserve l'alignement.

- Le cercle de centre $I$ qui passe par $A$ coupe $(B'E)$ en deux points $P$ et $Q$.

$A'$ est l'un de ces deux points car l'image du cercle $(\mathscr{C})$ est $(\mathscr{C})$ et l'image de la droite $(AB)$ est la droite $(A'B')$.

**Exercice 25:**

1) 2)




3) Soit $I$ le point d'intersection de $[CF]$ et $[AE]$

On a : $(BC)$ est la médiatrice du segment $[AE]$, donc $I$ est le milieu de $[AE]$

et $(AE)$ est la médiatrice du segment $[CF]$ donc $I$ est le milieu $[CF]$, donc $ACEF$ est un parallélogramme car les diagonales ont le même milieu.

De plus, on a : $CA = CE$ , donc $ACEF$ est un losange.

4) Puisque $ACEF$ est un losange alors :

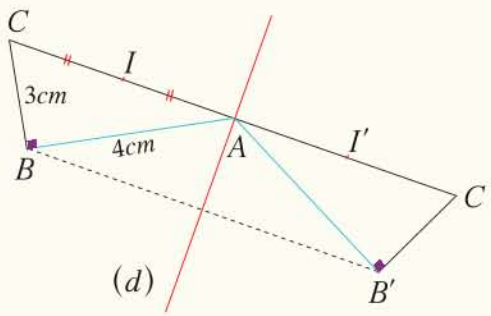
$$AC = CE = EF = FA$$
$$= 4cm$$

donc : $\mathcal{P} = 4 \times AC = 4 \times 4$

c'est-à-dire : $\mathcal{P} = 16cm$

**Exercice 28:**

1) 2)




3) La symétrie axiale conserve les distances, donc :

$$A'B' = AB = 4cm$$
$$A'C' = AC = 5cm$$
$$B'C' = BC = 3cm$$
$$A'I' = AI = 2,5cm$$

4) a) La symétrie axiale conserve la mesure des angles, donc :

$$A'\widehat{B'}C' = A\widehat{B}C = 90°$$

b) Le triangle $A'B'C'$ est rectangle en $B'$

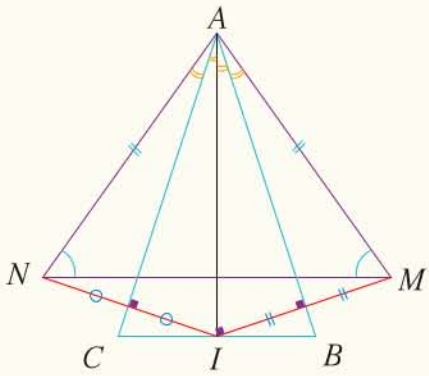
5) On a : $\begin{cases}(BB') \perp (d)\\(CC') \perp (d)\end{cases}$ donc les droites $(BB')$ et $(CC')$ sont parallèles.

6) a)

b) L'image du cercle $(\mathscr{C})$ est le cercle $(\mathscr{C}')$ de centre $I'$ et que passe par le point $B'$

**Exercice 29:**

1) 2)




3) - On a $(AB)$ est la médiatrice du segment $[IM]$

donc : $AI = AM$ (1)

- On a $(AC)$ est la médiatrice du segment $[IN]$

donc : $AI = AN$ (2)

De (1) et (2) , on déduit que $AM = AN$

D'où le triangle $AMN$ est isocèle en $A$

4) En considérant le codage sur la figure ; on a : $\widehat{IAN} = \widehat{IAM}$

donc la droite $(IA)$ est une bissectrice de l'angle $\widehat{MAN}$

5) On a $MAN$ est un triangle isocèle en $A$ et $(IA)$ est une bissectrice de l'angle $\widehat{MAN}$ , donc $(IA)$ est aussi la médiatrice du segment $[MN]$, d'où $N$ est le symétrique de $M$ par rapport à la droite $(IA)$.

6 Chapitre

# PUISSANCES

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | •Utiliser les puissances d'un nombre rationnel;<br>• Connaître et utiliser les propriétés des puissances;<br>•Utiliser les puissances d'exposants négatifs;<br>•Utiliser les puissances pour résoudre des problèmes. |
| **Pré-requis** | • Puissances des nombres relatifs;<br>• Puissances de 10 et ses propriétés;<br>• Somme, différence ,produit, et quotient, de deux nombres rationnels. |
| **Contenu** | • Puissance d'exposant négatif;<br>• Propriétés;<br>• Signes d'une puissance;<br>• Écriture scientifique;<br>• Ordre de grandeur. |
| **Prolongement** | Dans d'autres chapitres de ce niveau :<br>• Calcul littérale;<br>• Équations du premier degré à une inconnue;<br>• Ordre et opérations;<br>• Proportionnalité- Fonctions linéaires;<br>• Statistiques;<br>• Des chapitres de la géomètrie.<br>Dans les niveaux supérieurs :<br>• Paissances;<br>• Fonctions puissances et fonctions exponentielles;<br>• Nombres réels et opérations;<br>• Équations et Inéquations du 1èr et second degré;<br>• Activités géométriques et algébriques;<br>Dans d'autres disciplines :<br>• Les disciplines scientifiques, PC, SVT,...<br>• Histoire et géographie. |

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciels. |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Puissance d'exposant négatif<br>• **Activité 2:** Écriture scientifique |
| | **Cours**<br>• Puissance d'exposant négatif;<br>• Propriétés;<br>• Signes d'une puissance;<br>• Écriture scientifique;<br>• Ordre de grandeur. |
| | **Pour comprendre**<br>• Écrire $a^{-n}$ sous forme décimale;<br>• Mettre un nombre sous forme $a^{-n}$;<br>• Utiliser les propriétés des puissances<br>• Écriture scientifique et ordre de grandeur. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

**• Côté historique et/ou culturel :**

Vitesse de la lumière

Ole Römer
(1644-1710)

Si on allume une ampoule électrique, on a l'impression que la lumière éclaire instantanément la pièce. En réalité, la lumière se déplace à une vitesse, certes très grande, mais qui n'est pas infinie. Galilée (1564-1652), un des plus grands astronomes, physiciens et mathématiciens du XVI$^{e}$ siècle pensait que la vitesse de la lumière était infinie. C'est en 1676 que le physicien danois Ole Römer (1644-1710) prouva que la lumière se déplace à une certaine vitesse. Par la suite, il fut établi qu'aucun objet ne peut aller plus vite que la lumière.

**• Côté pédagogique :**

Il est a rappeler que l'objectif de ce chapitre est d'entretenir et d'approfondir les pré-requis des élèves sur les puissances et leurs propriétés, et les utiliser sur les nombres rationnels; ainsi on consolide les connaissances des élèves sur le calcul des puissances des élèves sur le calcul des puissances et on les prolongent sur les nombres rationnels, il est a noté l'importance de ce chapitre pour les autres disciplines (PC; SVT; Histoire Géographie).

Ainsi, l'élève se familiarisera avec les opérations sur les puissances, en se confrontant à des situations des mathématiques et aussi dans des domaines scientifiques et technologiques, sans oublier le cas particulier des puissances de 10 et l'écriture scientifique.

## Partie 2: Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

• La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible,

l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, si non les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

- Dans cette leçon, les activités nécessitent plus de temps, on recommande, alors à l'enseignant(e) de demander aux élèves, d'en traiter une partie à l'avance.
- Dans cette leçon, l'utilisation de la calculatrice est très sollicitée.

**• Traitement:**

| **Activité 1 :** Puissance d'exposant négatif | |
|---|---|
| Objectif | Introduire et utilisée une puissance d'exposant négatif |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) et b) L'égalité des deux nombres<br>2) a) les opérations sur les puissances des nombres relatifs seront prolongé sur les nombres rationnels<br>$\left(a \times \frac{1}{a} = 1\right)$ ; $3^n$ joue le rôle de $\frac{1}{a}$<br>b) On a: $3^2 \times 3^n = 3^{2+n}$ et $3^\circ = 1$<br>Donc: $2 + n = 0$<br>c) D'après la question on a: $n = -2$ ; D'où l'inverse cherchée est $3^{-2}$<br>d) $\frac{1}{3^2} = 3^{-2}$ et $3^2 \times 3^{-2} = 1$<br>3) Applications sur les puissances de 10.<br>$A = 10^{-3} \times 10^7 = 10^{-3} \times 10^3 \times 10^4$<br>$B = \frac{1}{10^3} \times \frac{1}{10^2} = \frac{1}{10^7} = 10^{-7}$<br>$C = 10^{-3}$ |
| **Activité 2 :** Écriture scientifique | |
| Objectif | Utilisation les puissances pour résoudre un problème. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) Ecriture scientifique<br>2) a) $150000000km = 1,5 \times 10^8 km$<br>b) $76000000km = 7,6 \times 10^7 km$ |

## **Partie 3:** Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 1:**

1) $3^2$

2) $7^{-2}$

3) $10^4$

**Exercice 2:**

1) Neuf puissance trois.

2) Moins cinq puissance deux.

**Exercice 3:**

1) $10^3$ 2) $10^{-2}$

3) $10^{-5}$

4) $10^{-2}$ 5) $10^5$

6) $10^3$

**Exercice 4:**

$A = \frac{65}{4}$ ; $B = 1$ ; $C = -\frac{8}{3}$ ;

$D = -24$

**Exercice 5:**

$A = 10^4$ ; $B = 10$ ; $C = 10^3$ ;

$D = 10^{-1}$

**Exercice 6:**

$A = -2,5 \times 10^{13}$

$B = 4 \times 10^{-6}$

$C = 9,53 \times 10^{21}$

**Exercice 7:**

$A$ est positif

$B$ est négatif

$C$ est négatif

$D$ est positif

**Exercice 8:**

$A = 1,97 \times 10^{-7}$

$B = 4,53 \times 10^{15}$

$C = -3,97 \times 10^{-11}$

$D = -9,43 \times 10^{-11}$

**Exercice 10:**

$X = 5^7$

$Y = (-4,5)^8$

$Z = \left(\frac{1}{3}\right)^{-17} = 3^{17}$

**Exercice 11:**

$E = 150^3$

$F = -\left(\frac{100}{473}\right)^5 \times \left(\frac{1}{10}\right)^5$

$= -\left(\frac{100}{473} \times \frac{1}{10}\right)^5$

$= -\left(\frac{10}{473}\right)^5 = \left(-\frac{10}{473}\right)^5$

**Exercice 12:**

$A = (-3)^3$ ; $B = (-5)^{-5} = \left(-\frac{1}{5}\right)^5$ ;

$C = 10^{12}$ ; $D = (-10)^5$

**Exercice 13:**

$A = 0,01$ ; $B = 0,005$ ; $C = 0,25$ ;

$D = 2$ ; $E = 0,5625$ ; $F = 0,36$

**Exercice 14:**

$A = 1$

$B = 10^{-12} = \frac{1}{10^{12}}$

$C = 10^2 = 100$

$D = 10^{20}$

**Exercice 16:**

$A = 10^7 - 10^6 = 9000000 = 9 \times 10^6$

$B = 10^2 + 10^3 + 10^4 = 11100$

$C = \frac{111}{10000} = 0,0111$

$D = \frac{1}{11100}$

$E = 10^{-7} - 10^{-6} = -\frac{9}{10000000}$

$F = \frac{1}{9000000}$

2) Par exemple

$A = 10^7 - 10^6 = 10^6 \times 10 - 10^6$
$= 10^6(10-1)$
$= 9 \times 10^6$

$B = 10^2(1+10+10^2) = 10^2 \times (1+10+100)$
$= 10^2(111) = 11100$

$C = 10^{-2}(1+10^{-1}+10^{-2})$
$= 10^{-2}\left(1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}\right)$
$= 10^{-2}\left(\frac{100+10+1}{100}\right) = \frac{111}{10^2 \times 10^2} = \frac{111}{10^4}$
$= 111 \times 10^{-4}$
$= 0,0111$

Autre méthode

$C = 10^{-4}(10^2+10^1+1)$
$= 10^{-4}(100+10+1)$
$= 10^{-4}(111)$
$= 0,0111$

**Exercice 23:**

1) $S = 1 + a + a^2 + a^3 + a^4$

$aS = a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5$

$aS - S = (a+a^2+a^3+a^4+a^5) - (1+a+a^2+a^3+a^4)$
$= a^5 - 1$

2) $aS - S = a^5 - 1$

D'où : $S(a-1) = a^5 - 1$

Ainsi : $S = \frac{a^5-1}{a-1}$ (remarquer que $a \neq 1$)

**Exercice 26:**

1) $a = 10^3$

$7 \times 10^4 - 5 \times 10^3 = 10^3 \times (7 \times 10 - 5)$
$= 10^3 \times (70-5)$
$= 65 \times 10^3$
$= 65\,000$

2) $a = 10^{-5}$

$3 \times 10^{-5} + 2 \times 10^{-4} = 10^{-5} \times (3 + 2 \times 10^1)$
$= 10^{-5} \times (3+20)$
$= 23 \times 10^{-5}$

3) $a = 10^5$

$19 \times 10^6 - 25 \times 10^5 = 10^5 \times (19 \times 10 - 25)$
$= 10^5 \times (190-25)$
$= 165 \times 10^5$

4) $a = 10^{-3}$

$-6 \times 10^{-2} - 8 \times 10^{-3} = 10^{-3} \times (-6 \times 10^1 - 8)$
$= 10^{-3} \times (-60-8)$
$= -68 \times 10^{-3}$

5) $a = 10^{-13}$

$0,073 \times 10^{-11} - 13 \times 10^{-13} = 10^{-13} \times (0,073 \times 10^2 - 13)$
$= 10^{-13} \times (7,3-13) = -5,7 \times 10^{-13}$

**Exercice 27:**

$A = \frac{x^2y}{x^3y^2} + y = \frac{1}{xy} + y = 1 + y$

$B = \frac{x^4y^{-4}}{x^4y^{-3}} \times x^2y - x$
$= x^2 - x$

$C = 2xy = 2$

**Exercice 28:**

$A = 3,721 \times 10^{12}$

$B = 5,732 \times 10^6$

$C = 7,896 \times 10^4$

$D = 5,043 \times 10^{11}$

7 Chapitre

# TRIANGLE ET PARALLÈLES

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Connaître et utiliser les propriétés des milieux dans un triangle;<br>•Utiliser le parallélisme pour montrer qu'un point est milieu d'un segment.<br>• Déterminer les longueurs des côtés d'un triangle;<br>• Savoir démontrer que deux droites sont parallèles;<br>• Utiliser les triangles et les droites parallèles pour résoudre des problèmes. |
| **Pré-requis** | • Notion de géométrie élémentaire;<br>• Parallélogramme;<br>• Droite graduée;<br>• Milieu d'un segment;<br>• Proportionnalité;<br>• Équations du premier degré. |
| **Contenu** | • Droite des milieux;<br>• Droites parallèles dans un triangle. |
| **Prolongement** | Dans le même niveau:<br>• Symétrie axiale<br>• Triangle et parallèles<br>• Droites remarquables dans un triangle<br>• Calcul littéral<br>• Équations du premier dégre à une inconnue<br>• Triangle rectangle et cercle<br>• Cosinus d'un angle aigu<br>• Vecteurs et translation<br>Dans les autres niveaux:<br>• Triangles semblables et isométriques;<br>• Fonctions trigonométriques.<br>Dans d'autres disciplines:<br>• Matières scientifiques et technologiques;<br>• Arts et métiers |

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice; • Compas; • Equerre;<br>• Règle; • logiciels; • rapporteur. |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Droite des milieux dans un triangle<br>• **Activité 2:** Droite des milieux<br>• **Activité 3:** Droites parallèles dans un triangle |
| | **Cours**<br>• Droite des milieux;<br>• Droites parallèles dans un triangle. |
| | **Pour comprendre**<br>• Droite des milieux (Propriété 1) ;<br>• Droite des milieux (Propriété 2) ;<br>• Droite des milieux (Propriété 3) ;<br>• Droites parallèles dans un triangle. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3<br>• Exercice résolu 4 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

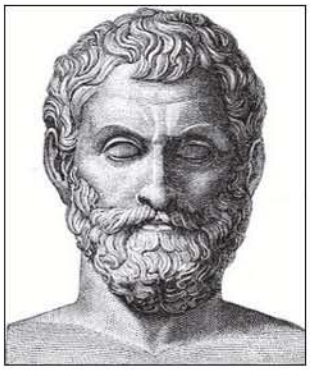
## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

**• Côté historique et / ou culturel:**

On dit que lors de son premier voyage en Egypte, Thalès appliqua le théorème qui porte aujourd'hui son nom pour mesurer la hauteur de la grande pyramide de Théops.

Citons Thalès :

«Le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui que la pyramide entretient avec la sienne».



Thalès

**• Côté pédagogique :**

- Dans cette leçon , les démonstrations des théorèmes sont sollicitées si le niveau des élèves le permet , mais si on admet ces théorèmes, une illustration est recommandée.

(Théorème de Thalès sera étudié en troisième année)

- Cette leçon est une occasion pour utiliser les propriétés du parallélogramme et de la symétrie axiale.

## **Partie 2:** Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

• La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Dans cette leçon, l'utilisation de la calculatrice est très sollicitée.

**• Traitement:**

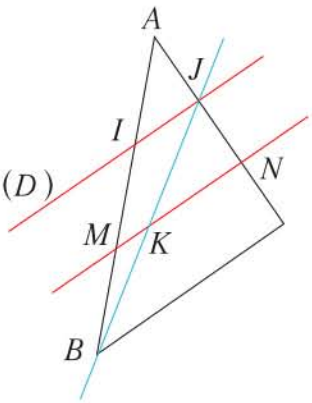
| **Activité 1 :** Droite des milieux dans un triangle | |
|---|---|
| Objectif | Montrer que la droite joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) b) figure<br>2) a) Les diagonales du quadrilatère $AECD$, se coupent en leur milieu,<br>donc : $AECD$ est un parallélogramme.<br>b) $AECD$ est un parallélogramme<br>donc : $CD = AE$<br>et puisque : $AE = EB$, alors : $CD = AE = EB$<br>3) a) On a : $AECD$ est un parallélogramme, donc :<br>$(AE)//(CD)$<br>D'où : $(BE)//(CD)$ (car $B \in (AE)$)<br>et puisque : $BE = CD$, alors : $EBCD$ est un parallélogramme.<br>b) Puisque $EBCD$ est un parallélogramme, alors :<br>$(BC)//(ED)$ et $BC = ED$<br>Donc : $(EF)//(BC)$ (car $D \in (EF)$)<br>On a : $F$ est le milieu de $[ED]$, donc : $EF = \frac{1}{2}ED = \frac{1}{2}BC$ |
| **Activité 2 :** Droite du milieu dans un triangle. | |
| Objectifs | Montrer que dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors coupe le troisième côté en son milieu. |

| Type de travail | Individuel |
|---|---|
| Solution proposée | 1) a) b) Faire une figure<br>2) a) b) Compléter la figure<br>c) On a : $BCKI$ est un parallélogramme<br>Donc : $BI = CK$<br>et puisque : $BI = AI$<br>Alors : $KC = AI$<br>d) On a : $(CK)//(AI)$ et $CK = AI$, donc : $AICK$ est un parallélogramme<br>3) $AICK$ est un parallélogramme, donc ses diagonales se coupent en leur milieu,<br>d'où : $J$ est le milieu de $[AC]$ |

**Activité 3 :** Droites parallèles dans un triangle

| Objectifs | Cette activité est une approche du théorème de Thalès (direct) |
|---|---|
| Type de travail | Individuel |

1) a) Figure




b) Dans le triangle $AMN$, on a : $I$ est le milieu de $[AM]$
$(IJ)//(MN)$ alors : $J$ est le milieu de $[AN]$ d'après l'activité 2.

2) a) Dans le triangle $BIJ$, on a : $(MN)//(IJ)$ et $M$ milieu du segment $[BI]$, donc $(MN)$ coupe $[BJ]$ en son milieu $K$.
Donc $K$ est milieu de $[BJ]$

b) De la même façon que 2)a) montrer que $N$ est le milieu du segment $[JC]$.
D'où : $AJ = JN = NC$ par conséquent : $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$ $\left(AN = \frac{2}{3}AC\right)$

## Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 2:**

Dans le triangle $ABC$ ,

on a: $I$ milieu de segment $[AB]$

et $J$ milieu du segment $[AC]$

donc $IJ = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 6,2 = 3,1cm$

**Exercice 4:**

1) Dans le triangle $ABC$ ,

on a: $J$ milieu de $[AC]$

$(IJ) // (BC)$ et $I \in (AB)$

donc $I$ est le milieu de $[AB]$

d'où $AI = \frac{1}{2}AB = 7,5cm$

2) Dans le triangle $ABC$ on a:

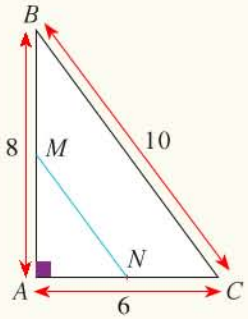
$I$ milieu de $[AB]$

et $J$ milieu de $[AC]$

donc $BC = 2IJ = 12cm$

**Exercice 5:**

1) Dans le triangle $ABC$, on a: $M$ est le milieu de $[AB]$ , $N \in [AC]$ et $(MN) // (BC)$ donc $N$ est le milieu de $[AC]$




2) Dans le triangle $ABC$ on a:

$M$ milieu de $[AB]$

et $N$ milieu de $[AC]$

Donc: $(MN) // (BC)$ et $MN = \frac{1}{2}BC$

Par conséquent $MN = 5$ et $AN = 3$

3) L'aire du triangle rectangle $ANM$ en cm² est :

$A_{AMN} = \frac{AN \times AM}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = 6cm^2$

**Exercice 6:**

On a: $(MN) // (BC)$ avec $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$

donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

d'où $\frac{2,8}{2,8+1,2} = \frac{4,2}{AC}$

et $\frac{2,8}{2,8+1,2} = \frac{MN}{7}$

Par conséquent $0,7 = \frac{4,2}{AC}$

et $0,7 = \frac{MN}{7}$

C'est à dire $AC = \frac{4,2}{0,7} = 6cm$

et $MN = 7 \times 07 = 4,9cm$

et comme $N \in [AC]$, alors:

$NC = AC - AN = 6 - 4,2 = 1,8cm$

**Exercice 8:**

Sur la figure (1) on a:

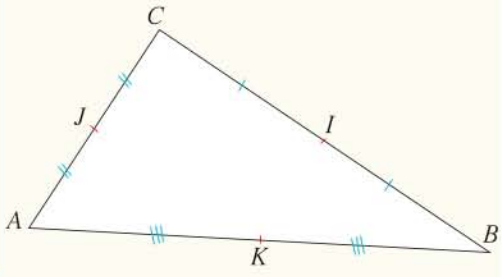
$\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Sur la figure (2) on a:

$\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC} = \frac{1}{2}$

**Exercice 10:**

1) 2) Figure:



3) Dans le triangle $ABC$ , on a

- $I$ milieu de $[BC]$
- $J$ milieu de $[AC]$
- $K$ milieu de $[AB]$

donc $IJ = \frac{1}{2}AB = 4cm$

$JK = \frac{1}{2}BC = 3,5cm$

$IK = \frac{1}{2}AC = 2cm$

d'où le périmètre du triangle $IJK$ est

$P_1 = 4 + 3,5 + 2 = +9,5cm$

4) Le périmètre du trapèze $BCJK$ est

$P_2 = BC + CJ + JK + KB$

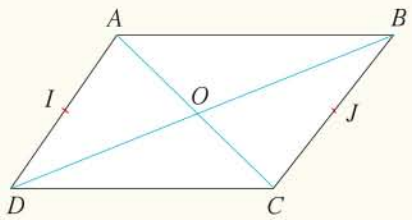
$= 7 + 2 + 3,5 + 4 = 16,5cm$

**Exercice 13:**

1) Dans le triangle $ADC$ , on a:

$I$ milieu de $[AD]$

$O$ milieu de $[AC]$ donc $(IO) // (CD)$




2) Dans le triangle $BDC$ , on a:

$O$ milieu de $[BD]$

$J$ milieu de $[BC]$, donc:

$(OJ) // (CD)$

3) On a: $(IO) // (CD)$ et $(OJ) // (CD)$

donc $(OI) // (OJ)$

d'où $(OI) = (OJ)$ car les droites $(OI)$ et $(OJ)$ ont un point commun,

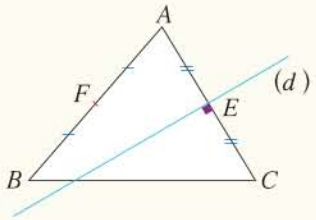
d'où $O, I$ et $J$ sont alignés.

**Exercice 17:**

1) 2) 3) figure

4) a) Dans le triangle $ABC$ , on a:

$F$ milieu de $[AB]$ et $E$ milieu de $[AC]$



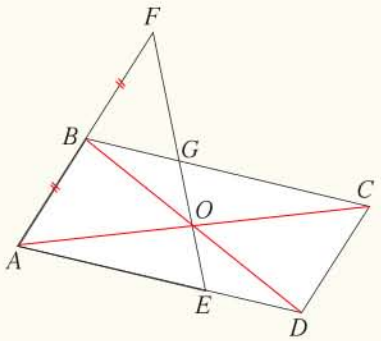

car $(d)$ est la médiatrice du segment $[AC]$

donc $(EF) // (BC)$

b) $EF = \frac{1}{2}BC = 4cm$

**Exercice 18:**

1) Figure




2) Puisque $ABCD$ est un parallélogramme

alors $(BC) // (AD)$

Dans le triangle $AFE$ , on a $B$ est le milieu du segment $[AF]$

La droite $(BC)$ passe par $B$ et parallèle à $(AE)$

donc $(BC)$ passe par le milieu du segment $[EF]$

par conséquent $G$ est le milieu de $[EF]$

**Exercice 20:**

1) a) Dans le triangle $ABC$ , on a:

$J$ milieu de $[AC]$

$K$ milieu de $[AB]$

donc $(JK) // (BC)$

b) $JK = \frac{1}{2}BC = 2,7cm$

2) a) Dans le triangle $BCJ$ on a:

$I$ milieu de $[BC]$

$L$ milieu de $[BJ]$

donc $(IL) // (CJ)$ et puisque $A \in (CJ)$ alors $(IL) // (AC)$

b) $IL = \frac{1}{2}CJ = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}AC = 1,6cm$

**Exercice 23:**

Dans le triangle $AHG$ on a: $E$ milieu de $[AH]$ et $F$ milieu de $[AG]$, donc $EF = \frac{1}{2}HG = 3cm$

$\mathcal{A}_{EFGH} = \frac{(EF + HG) \times GF}{2}$ car $[GF]$ est une hauteur du trapèze $EFGH$

donc $\mathcal{A}_{EFGH} = \frac{(3+6) \times 4}{2} = 18cm^2$

**Exercice 26:**

1) Sur la figure et d'après le codage on a:

$C$ est le milieu du segment $[BD]$

$E$ est le milieu du segment $[BF]$

$F$ est le milieu de $[AE]$

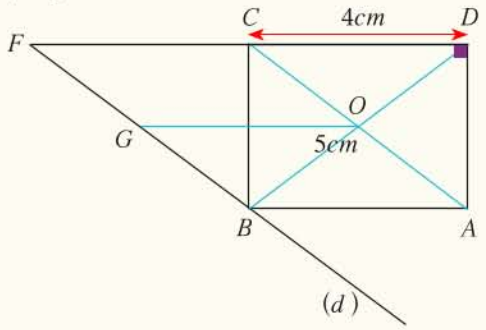
2) Dans le triangle $BDF$ on a: $E$ est le milieu de $[BF]$ et $C$ est le milieu de $[BD]$ donc $(EC) // (FD)$

3) Dans le triangle $AEC$ on a: $F$ milieu de $[AE]$ et $(FD) // (EC)$ donc la droite $(FD)$ coupe $[AC]$ en son milieu.

D'où $I$ est le milieu de $[AC]$

**Exercice 28:**

1) Figure




2) On a: $(FC) // (AB)$ et $(BF) // (AC)$

donc $ABFC$ est un parallélogramme

d'où $CF = AB$ et puisque $AB = CD$ alors $CF = CD$

On a: $C \in [FD]$ et $CF = CD$ , donc $C$ est le milieu du segment $[FD]$

3) Puisque $ABFC$ est un parallélogramme, alors $BF = AC = 5cm$

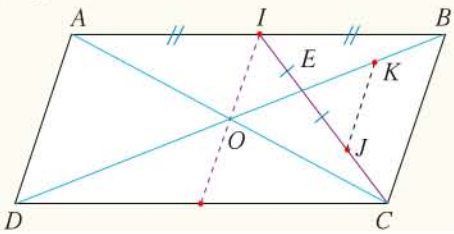
4) Dans le triangle $BFD$ on a: $(OG)$ passe par le milieu $O$ du côté $[BD]$ et parallèle au côté $[FD]$ ,

Donc $(OG)$ passe par le milieu du segment $[BF]$

d'où $G$ est le milieu du segment $[BF]$.

**Exercice 30:**

1) Figure



2) a) Les diagonales du quadrilatère $IOJK$ se coupent en leur milieu $E$, donc $IOJK$ est un parallélogramme.

b) • Puisque $IOJK$ est un parallélogramme, alors $(OI) \,//\, (JK)$ (1)

• Dans le triangle $ABC$, on a:

$I$ milieu du segment $[AB]$

et $O$ milieu du segment $[AC]$ ; donc $(OI) \,//\, (BC)$ (2)

de (1) et (2) on en déduit que: $(JK) \,//\, (BC)$.

Donc; dans le triangle $EBC$ on a: $J \in [EC]$ ; $K \in [EB]$ et $(JK) \,//\, (BC)$ alors $\frac{EK}{EB} = \frac{EJ}{EC} = \frac{JK}{BC}$ et puisque $JK = OI$ et $OI = \frac{1}{2}BC$

d'où: $\frac{EK}{EB} = \frac{EJ}{EC} = \frac{OI}{2OI} = \frac{1}{2}$

Ou bien: Dans le triangle $ABC$, on a: $E$ est l'intersection des medianes $(BO)$ et $(CI)$, donc $CE = \frac{2}{3}CI$

$CE\frac{2}{3}CI = \frac{2}{3}(IE + EC)$

et puisque $IE = EJ$, alors:

$CE = \frac{2}{3}(EJ + EC) = \frac{2}{3}EJ + \frac{2}{3}CE$

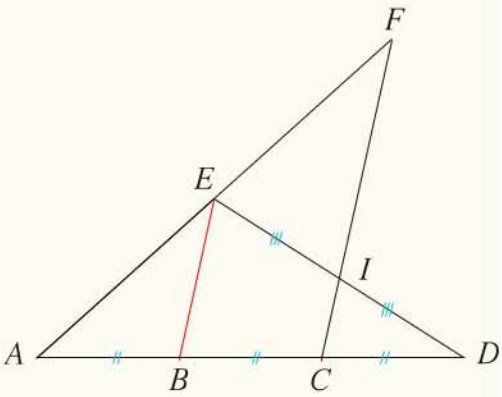
C'est à dire $3CE = 2EJ + 2CE$ , d'où $EC = 2EJ$

Par conséquent $\frac{EJ}{EC} = \frac{1}{2}$

c) D'après la question précédente, on a: $\frac{EK}{EB} = \frac{1}{2}$ et $\frac{EJ}{EC} = \frac{1}{2}$

Et puisque: $K \in [EB]$ et $J \in [EC]$ alors $J$ et $K$ sont les milieux respectifs des segments $[EC]$ et $[EB]$

**Exercice 32:**




1) Dans le triangle $BDE$ et d'après les codages de la figure, on a :

$C$ est le milieu du segment $[BD]$ et $I$ est le milieu du segment $[DE]$

donc : $(IC) \,//\, (BE)$

2) Dans le triangle $ACF$, on a : $B$ est le milieu du segment $[BC]$ et $(BE) \,//\, (CF)$ , donc la droite $(BE)$ passe par le milieu du segment $[AF]$, d'où $E$ est le milieu du segment $[AF]$

8 Chapitre

# DROITES REMARQUABLES DANS UN TRIANGLE

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Reconnaître les médiatrices, médianes, hauteurs, bissectrices d'un triangle;<br>• Construire les droites remarquables d'un triangle;<br>• Connaître la terminologie relative aux points de concours des différentes droites remarquables dans un triangle;<br>• Utiliser les propriétés des droites remarquables dans un triangle pour résoudre des problèmes. |
| **Pré-requis** | • Terminologie relative aux triangles: Orthocentre- Cercle- inscrit- Cercle circonscrit...);<br>• Propriétés des quadrilatères (parallélogramme- losange- carré - rectangle);<br>• Cercle, rayon, diamètre, tangente;<br>• Symétrie axiale- symétrie centrale. |
| **Contenu** | • Médiatrices- Cercle circonscrit;<br>• Bissectrices- Cercle inscrit;<br>• Hauteurs- Orthocentre;<br>• Médianes d'un triangle- Centre de gravité. |
| **Prolongement** | Dans le même niveau:<br>• Symétrie axiale<br>• Triangle et parallèles<br>• Triangle rectangle et cercle<br>• Cosinus d'un angle aigu<br>• Vecteurs et translation<br>Dans les autres niveaux:<br>• Barycentre;<br>• Triangles semblables et isométriques;<br>• Trigonométrie.<br>Dans d'autres disciplines:<br>• Matières scientifiques et technologiques; |

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle;<br>• logiciels. |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Médiatrices- Cercle circonscrit<br>• **Activité 2:** Bissectrices- Cercle inscrit<br>• **Activité 3:** Hauteurs- Orthocentre<br>• **Activité 4:** Médianes d'un triangle<br>• **Activité 5:** Centre de gravité d'un triangle |
| | **Cours**<br>• Médiatrices d'un triangle- Cercle circonscrit<br>• Bissectrices d'un triangle- Cercle inscrit<br>• Hauteurs d'un triangle- Orthocentre<br>• Médianes d'un triangle- Centre de gravité |
| | **Pour comprendre**<br>• Hauteur- Médiatrice<br>• Propriété du centre de gravité |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3<br>• Exercice résolu 4 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

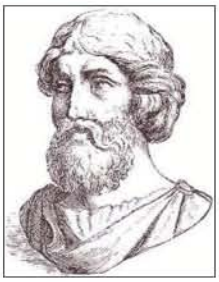
**• Côté historique et / ou culturel:**

Au temps des babyloniens...

On a trouvé sur une tablette babylonienne datant de 1900 ans avant J.-C.

les dimensions de quinze triangles rectangles.

Pythagore



«Les deux mots les plus brefs et très anciens, oui et non, sont ceux qui exigent le plus de réflexion».

Cette phase est attribuée à Pythagore.

**• Côté pédagogique :**

L'élève a déjà pris connaissance de quelques droites remarquables du triangle (Médiatrices, Hauteurs, Bissectrices) et de ses propriétés (Droites concourantes).

L'enseignant doit les rappeler dans ce chapitre d'une façon bref alors que les médianes d'un triangle ainsi que leurs propriétés doivent êtres l'objectif principal du chapitre.

L'enseignant doit utiliser les propriétés des droites remarquables d'un triangles pour résoudre des problèmes et aussi dans des démonstrations.

## **Partie 2:** Gestion des activités

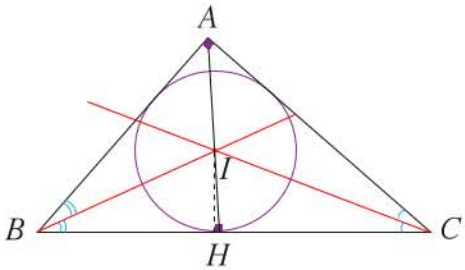
**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

• La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

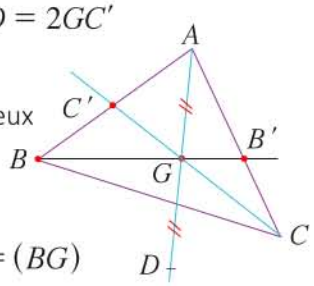
- Dans cette leçon, l'utilisation de la calculatrice est très sollicités.

**• Traitement:**

| **Activité 1 :** Médiatrices - Cercle circonscrit | |
|---|---|
| Objectif | Utiliser les médiatirces d'un triangle |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) Si $O$ est le centre du cercle $(\mathscr{C})$ alors : $OA = OB = OC$<br>donc : $O$ appartient à la médiatrice de chacun des segments $[AB]$ et $[AC]$<br>2) Donc le centre $O$ est l'intersection des médiatrices des segments $[AB]$ et $[AC]$ |
| **Activité 2 :** Bissectrices - Cercle inscrit | |
| Objectif | Reconnaître les bissectrices d'un triangle et le centre du cercle inscrit dans un triangle |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) Figure<br>2) Le centre du cercle $(\mathscr{C})$ est le point $I$ intersection des bissectrices du triangle $ABC$ .<br>Le rayon de $(\mathscr{C})$ et la longueur $IH$ où $H$ est le projeté orthogonal de $I$ sur $(BC)$<br>  |

| **Activité 3 :** Hauteurs d'un triangle - orthocentre | |
|---|---|
| Objectif | Montrer que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) On a : $AMBC$ est un parallélogramme, car : $(AM)//(BC)$ et $(MB)//(AC)$<br>• On a : $ANCB$ est un parallélogramme, car : $(AN)//(BC)$ et $(AB)//(NC)$<br>b) Puisque : $AMBC$ et $ANCB$ sont des parallélogrammes, alors : $AM = BC$ et $AN = BC$, donc : $AM = AN$<br>Et puisque : $A \in (MN)$ alors : $A$ est le milieu de $[MN]$.<br>2) a) De la même façon, on montre que $ABPC$ est un parallélogramme, puis, on déduit que : $C$ est le milieu de $[NP]$ (sachant que $ANCB$ est un parallélogramme).<br>• De la même façon, on montrer que $B$ est le milieu du segment $[MP]$.<br>3) a) Si $(D)$ est la médiatrice du segment $[MN]$, alors $(D)$ passe par $A$ et perpendiculaire à $(MN)$.<br>Et puisque : $(MN)//(BC)$, alors : $(D) \perp (BC)$<br>d'où : $(D)$ est la hauteur issue de $A$ dans le triangle $ABC$ de la même façon, on montre que les deux autres médaitrices du triangle $MNP$ sont les hauteurs du triangle $ABC$.<br>b) Puisque les médiatrices du triangle $MNP$ sont concourantes en un point $H$, alors les hauteurs du triangles $ABC$ son concourantes en $H$. |
| **Activité 4 :** Médiane d'un triangle | |
| Objectif | - Reconnaître les médianes d'un triangle<br>- Vérifier que les médianes d'un triangle sont concourantes |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) 2) Faire une figure<br>3) a) Compléter la figure<br>b) On constate que les trois médianes se coupent en un point |

| **Activité 5 :** Centre gravité d'un triangle | |
|---|---|
| Objectif | Reconnaître le centre de gravité d'un triangle |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) Faire une figure<br>2) a) Dans le triangle $ABD$, on a :<br>$C'$ milieu de $[AB]$ et $G$ milieu de $[BD]$ donc $(BD)//(GC')$ et $BD = 2GC'$<br>b) Dans le triangle $ACD$, on a :<br>$B'$ et $G$ sont respectivement les milieux du segment $[AC]$ et $[AD]$<br>Donc : $(GB')//(DC)$ et $CD = 2GB'$<br>3) a) On a : $(CD)//(B'G)$ et $(B'G) = (BG)$<br>Donc : $(CD)//(BG)$ (1)<br>Et on a : $(BD)//(GC')$ et $(GC') = (GC)$<br>Donc : $(BD)//(GC)$ (2)<br>De (1) et (2) on en déduit que : $BGCD$ est un parallélogramme.<br>b) Puisque $BGCD$ est un parallélogramme, alors les diagonales $[BC]$ et $[DG]$ se coupent en leur milieu.<br>Par conséquent la droite $(DG)$ passe par le milieu du segment $[BC]$.<br>c) La droite $(DG)$ passe par le sommet $A$ du triangle $ABC$ et par le milieu du segment $[BC]$, donc : $(AG)$ est la médiane issue de $A$.<br>4) a) On a : • $BG = DC$ car $BGCD$ est un parallélogramme.<br>• $DC = 2GB'$ d'après 2)b)<br>Donc : $BG = 2GB'$<br>b) On a : $G \in [BB']$ donc : $BB' = BG + GB'$<br>et puisque : $BG = 2GB'$ alors : $GB' = \frac{1}{2}BG$<br>D'où : $BB' = BG + \frac{1}{2}BG = \frac{3}{2}BG$<br>Par conséquent : $BG = \frac{2}{3}BB'$ |



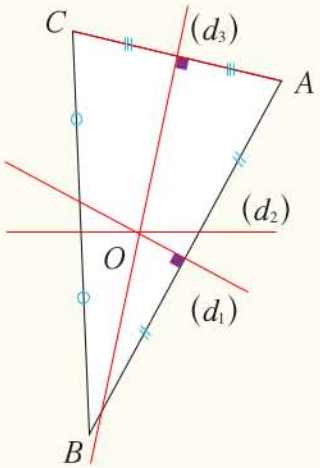
## Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 1:**

1) - On trace un segment $[AC]$ tel que : $AC = 9cm$

- On trace un arc de cercle de centre $A$ et de rayon $6cm$

- L'arc le centre $B$ et de rayon $8,5cm$ coupe le premier arc au point $C$.



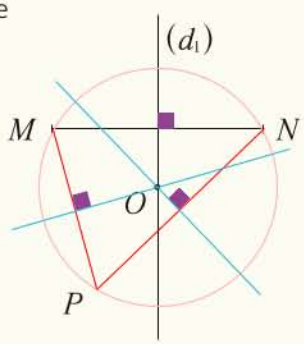

2) • $(d_1)$ est la médiatrice du segment $[BA]$

• $(d_2)$ est la médiatrice du segment $[BC]$

• $(d_3)$ est la médiatrice du segment $[AC]$

**Exercice 2:**

1) Figure




2) • $OM = ON$ donc : $O$ appartient à la médiatrice $(d_1)$ du segment $[MN]$

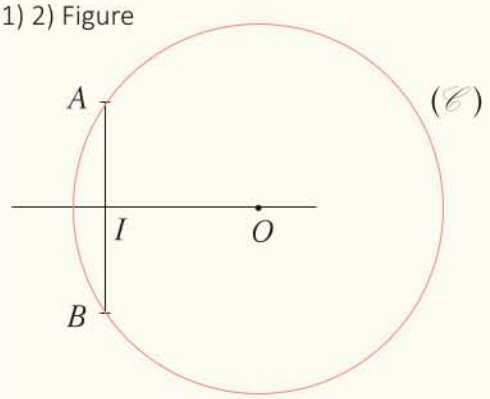
Donc : $(d_1)$ passe par $O$ est perpendiculaire à la droite $(MN)$

A l'aide de l'équerre on trace $(d_1)$

• De même pour les autres médiatrices.

**Exercice 4:**

1) 2) Figure




Puisque $A \in (\mathscr{C})$ et $B \in (\mathscr{C})$, alors : $OA = OB$

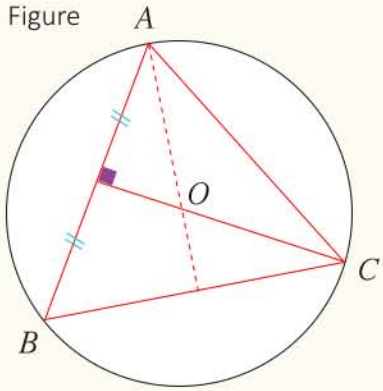
Puisque : $I$ est le milieu de $[AB]$, alors : $IA = IB$

Donc : $O$ et $I$ sont deux points équidistants de $A$ et $B$.

D'où : $(OI)$ est le médiatrice de $[AB]$.

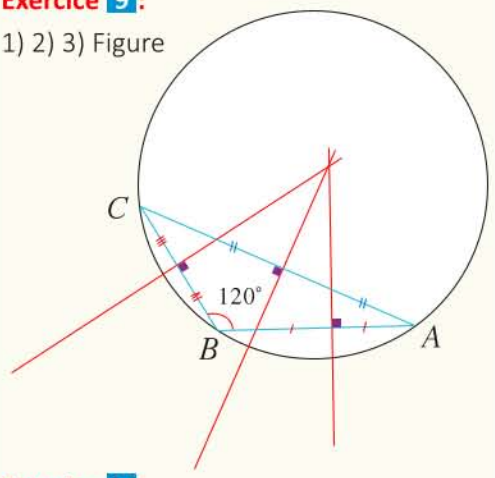
**Exercice 5:**

1) 2) Figure



**Exercice 9 :**

1) 2) 3) Figure




**Exercice 14 :**

1) $AG = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3} \times 5,4 = 3,6cm$

On a : $BG = \frac{2}{3}BJ$ donc :

$BJ = \frac{3}{2}BG = \frac{3}{2} \times 1,6 = 2,4cm$

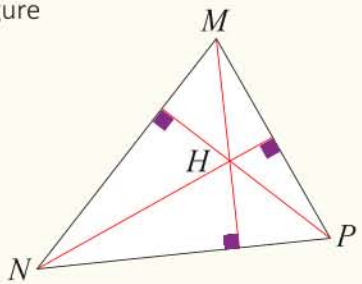
On a : $CG = \frac{2}{3}CK$ donc : $CK = \frac{3}{2}CG$

C'est-à-dire : $CK = \frac{3}{2}(CK - GK)$

Par conséquent: $CK = 3GK = 5,7cm$

**Exercice 17 :**

1) Figure




2) Dans le triangle $HMN$

On a : • $(PH) \perp (MN)$ et $(PH)$ passe par le sommet $H$

Donc : $(MP)$ est une hauteur du triangle $MHN$

• $(MP) \perp (NN)$ et $(MP)$ passe par le sommet $M$

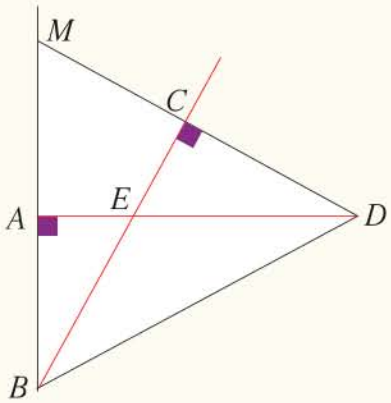
Donc : $(MP)$ est une hauteur du triangle $MHN$

D'où l'orthocentre du triangle $HMN$ est le point d'intersection des hauteurs $(MP)$ et $(HP)$

Donc c'est le point $P$.

**Exercice 21 :**

1) Figure




2) Dans le triangle $MBD$, on a :

$(BC) \perp (MD)$ et $(AD) \perp (BM)$

Donc : $(BC)$ et $(DA)$ sont deux hauteurs du triangle $MBD$ qui se coupent en $E$.

Donc : $(ME)$ est la troisième hauteur du triangle $MBD$.

D'où : $(ME) \perp (BD)$

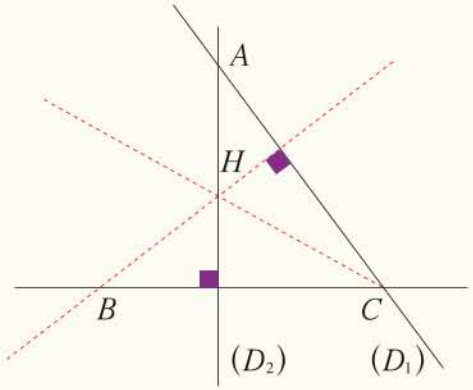
**Exercice 24 :**

Construction du point $A$

Puisque $H$ est l'orthocentre du triangle $ABC$ alors : $(AH) \perp (BC)$, $(BH) \perp (AC)$ et $(CH) \perp (AB)$

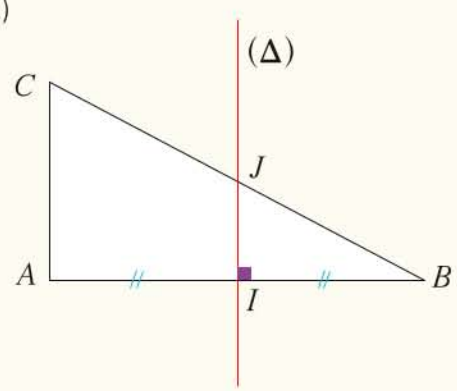
- On trace la droite $(BH)$
- On trace la droite $(D_1)$ passant par $C$ et perpendiculaire à la droite $(BH)$.
- La droite $(D_2)$ passant par $H$ et perpen-

diculaire à $(BC)$ coupe $(D_1)$ au point $A$. D'où la construction.




**Exercice 25:**

1)




2) $A$ est le point d'intersection de deux hauteurs du triangle $ABC$

donc $A$ est l'orthocentre du triangle $ABC$

3) On a : $(IJ) \perp (AB)$ et $(AB) \perp (AC)$

donc $(IJ) \mathbin{/\!/} (AC)$

Puisque $I$ est le milieu du segment $[AB]$ alors $J$ est le milieu du segment $[BC]$

4) Puisque $ABC$ est un triangle rectangle en $A$ et $J$ est le milieu de son hypoténuse, alors $J$ est le centre du cercle circonscrit au triangle $ABC$

**Exercice 28:**

Dans le triangle rectangle $ABC$ en $A$, on a : $E$ est l'intersection des bissectrices des angles $A\widehat{B}C$ et $A\widehat{C}B$.

d'où : $[AE)$ est la bissectrice de l'angle $B\widehat{A}C$.

Et puisque : $B\widehat{A}C = 90°$ alors :

$A\widehat{C}B + A\widehat{B}C = 90°$

Donc : $\frac{1}{2}A\widehat{C}B + \frac{1}{2}A\widehat{B}C = 45°$

Par conséquent : $E\widehat{C}B + E\widehat{B}C = 45°$

on a aussi $E\widehat{C}A + E\widehat{B}A = 45°$

2) a) Dans le triangle $AEC$, on a :

$E\widehat{A}C + A\widehat{C}E + A\widehat{E}C = 180°$

et puisque : $A\widehat{E}C + I\widehat{E}C = 180°$

Alors :

$A\widehat{E}C + I\widehat{E}C = E\widehat{A}C + A\widehat{C}E + A\widehat{E}C$

Donc : $I\widehat{E}C = E\widehat{A}C + A\widehat{C}E$

C'est-à-dire : $I\widehat{E}C = E\widehat{A}C + E\widehat{C}A$

b) De la même façons (en considérant le triangle $AEB$) on montre que : $I\widehat{E}B = E\widehat{A}B + E\widehat{B}A$

3) On a :

$$B\widehat{E}C = I\widehat{E}B + I\widehat{E}C$$
$$= E\widehat{A}B + E\widehat{B}A + E\widehat{A}C + E\widehat{C}A$$

On a : $E\widehat{A}B = 45°$, $E\widehat{C}A + E\widehat{B}A = 45°$

et $E\widehat{A}C = 45°$

Donc : $B\widehat{E}C = 135°$

9 Chapitre

# CALCUL LITTÉRAL

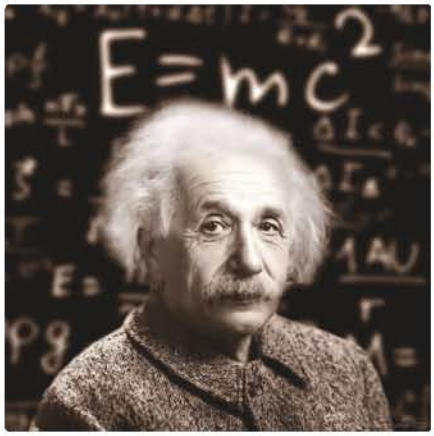
## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Savoir simplifier des expressions algébriques;<br>• Savoir factoriser des expressions contenant des expressions littérales;<br>• Savoir développer des expressions contenant des expressions littérales;<br>• Utiliser des identités remarquables dans des cas simples;<br>• Utiliser le calcul littéral pour résoudre des problèmes. |
| **Pré-requis** | • Développement et factorisation des expressions;<br>• Simplification des expressions algébriques;<br>• Opérations sur les nombres rationnels. |
| **Contenu** | • Expression littérale;<br>• Développement - Réduction;<br>• Factorisation;<br>• Identités remarquables. |
| **Prolongement** | Dans le même niveau:<br>• Équations du premier dégre à une inconnue<br>• Ordre et opérations<br>• Triangle rectangle et cercle<br>• Cosinus d'un angle aigu<br>• Vecteurs et translation<br>• Proportionnalité- Fonctions linéaires<br>• Statistiques<br>• Pyramide et cône de révolution<br>Dans les niveaux supérieus:<br>• Équations et inéquation ;<br>• Nombres réels;<br>• Nonbres complexes;<br>• Activités algébriques et/ou géométriques.<br>Dans d'autres disciplines:<br>• Les matiéres scientifiques et technologiques |

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Materiel géométrique ;<br>• logiciels. |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Expression littérale- Réduction<br>• **Activité 2:** Factorisation |
| | **Cours**<br>• Expression littérale;<br>• Développement Réduction;<br>• Factorisation;<br>• Identités remarquables. |
| | **Pour comprendre**<br>• Calculer une expression littérale;<br>• Développer et réduire une expression littérale»;<br>• Factoriser une expression;<br>• Utiliser les identités remarquables. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogique - Repères didactiques

### • Côté historique et / ou culturel




Albers Einstein a obtenu le prix Nobel de physique en 1921. Il a été rendu célèbre par ses travaux sur la relativité et sa formule $E = m \times c^2$ liant l'énergie $(\varepsilon)$ d'une particule à sa masse $(m)$.

### • Côté pédagogique

- Le calcul littéral et le symbolisme sont parmi les outils qui ont permis de simplifier les écritures mathématiques, de développer l'enseignement des matières scientifiques et techniques.

Exprimer des relations entre éléments du plan et de l'espace, généraliser des formules et des techniques, effectuer des calculs sur les nombres et les nouvelles techniques de collectes, de description et d'études des données reposent sur les lettres et les symboles.

Les élèves ont déjà utilisé les lettres et les symboles, et dans ce niveau, l'enseignant doit d'une façon progressive continuer à introduire les symboles et les lettres dans les chapitres du programme de ces niveau (calcul sur des nombres ; développement et factorisation ; résolution d'equations, ....)

- L'enseignant(te) choisit des activités où les élèves découvent l'utilité et l'importance d'utiliser des symboles et des lettres.

- L'enseignant (te) veille à renforcer les différentes règles et techniques de calculs pour que les élèves aient ces compétences.

- L'enseignant (e) insiste sur le rôle de la distributivité dans le développement et la factorisation

- L'enseignant (e) aborde les identités remarquables sans excès dans des expressions de factorisation et de calcul simples.

## **Partie 2:** Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

• La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Dans cette leçon, l'utilisation de la calculatrice est très sollicités.

**• Traitement:**

| **Activité 1 :** Expression littérale - Réduction | |
|---|---|
| Objectif | Traduire un problème et définir une expression réduite d'une expression littéral |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) $CD = 2x$ et $DE = 3x$<br>2) La longueur $L$ du grillage représente le périmètre de la figure donc $L = x + 5 + 2x + 3x + 8 = 13 + x + 2x + 3x$<br>3) On a: $L = 13 + x(1 + 2 + 3) = 13 + 6x$<br>4) Le périmètre est égale à 25 signifie que : $6x + 13 = 25$ signifie que: $6x = 12$, par conséquent $AB = 2m$ |
| **Activité 2 :** Factorisation | |
| Objectif | Reconnaître une expression factoriser d'une expression |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) $A_{AEFD} = x \times 2x = 2x^2$ et $A_{EBCF} = 3x$<br>2) $A_{ABCD} = A_{AEFD} + A_{EBC} = 2x^2 + 3x$<br>et $A_{ABCD} = (2x + 3) \times x = x(2x + 3)$ |

## Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 2:**

$A = x(-2+x)+x = -2x+x\times x+x = x^2-x$

$B = 1-x(1-2x) = 1-x+2xxx = 2x^2-x+1$

$C = (5y-2)\times y = 5y\times y-2\times y = 5y^2-2y$

$D = \frac{t}{3}\left(-\frac{t}{2}+6\right) = \frac{t}{3}\times\left(\frac{-t}{2}\right)+\frac{t}{3}\times 6 = \frac{-t^2}{6}+2t$

**Exercice 3:**

$A = x^2+x-2$ ; $B = y^2-4y+3$ ;

$C = -t^2-3t+10$ ;

$D = -6u^2-u+2$

**Exercice 6:**

$A = x(x-3)$ ; $B = 3t(t+2)$ ;

$C = \frac{1}{2}y\left(\frac{1}{2}-y\right)$ ; $D = 2z(5-z)$

**Exercice 7:**

$A = (x-1)(1-7) = -6(x-1)$ ;

$B = (2-x)(5-3) = 2(2-x)$

$C = (x-3)(2-x)$ ;

$D = (1-x)(x-2)$

**Exercice 8:**

$A = (x+2)^2 = x^2+4x+4$ ;

$B = (1+t)^2 = 1+2t+t^2$

$C = (y-1)^2 = y^2-2y+1$ ;

$D = (z+3)^2 = z^2+6z+9$

**Exercice 10:**

$A = (x-1)(x+1) = x^2-1^2 = x^2-1$ ;

$B = (x+2)(x-2) = x^2-4$

$C = (t-3)(t+3) = t^2-9$ ;

$D = \left(y-\frac{1}{2}\right)\left(y+\frac{1}{2}\right) = y^2-\frac{1}{4}$

**Exercice 11:**

$A = x^2-1 = x^2-1^2 = (x-1)(x+1)$

$B = x^2-4 = x^2-2^2 = (x-2)(x+2)$

$C = x^2-9 = x^2-3^2 = (x-3)(x+3)$

$D = x^2-16 = (x-4)(x+4)$

**Exercice 12:**

$A = x^2+2x+1 = x^2+2\times x\times 1+1^2 = (x+1)^2$

$B = x^2-2x+1 = x^2-2\times x\times 1+1^2 = (x-1)^2$

$C = x^2+6x+9 = x^2+2\times x\times 3+3^2 = (x+3)^2$

$D = x^2-6x+9 = (x-3)^2$

**Exercice 13:**

1) a) $2\times(-3)+7+3\times 2 = 7$

$-5\times(-3)+7+3\times(-5) = 7$

$\frac{1}{3}\times(-3)+7+3\times\frac{1}{3} = 7$

b) On remarque que le nombre obtenu dans les trois cas est égal à 7

2) Soit $x$ un nombre.

Le résultat du programme est:

$x\times(-3)+7+3x = 7$

**Exercice 14:**

1) Le résultat des deux programmes lorsqu'on choisi 2 est: $(2)^2-4 = 0$

et $(2-2)(2+2) = 0$

Le nombre obtenu par Karim et Wiam est 0

2) Soit $x$ un nombre rationnel

- Le résultat du programme 1 est $x^2-4$
- Le résultat du programme 2 est $(x-2)(x+2)$

3) Karim et Wiam ont obtenu le même résultat car $(x-2)(2+x) = x^2-4$

4) Si Wiam choisi $x$ et Karim choisi $-x$

Le resultat du programme appliqué par Wiam est:

$(-x-2)(-x+2) = (-x)^2-(2)^2 = x^2-4$

Le resultat du programme appliqué par Karim est $(-x)^2-4=x^2-4$

On obtient le même résultat car $(-x)^2=x^2$

**Exercice 15:**

$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ avec $AM=x$ et $AB=x+7$ et $BC=9$

donc: $\frac{MN}{9}=\frac{x}{x+7}$

d'où: $MN=\frac{9x}{x+7}$

**Exercice 16:**

$A=3x^2+x-2$

$B=-2x^2+4x+6$

$C=2x^2-14x+20$

$D=-16x^2+38x-12$

**Exercice 17:**

1) Pour $x=3$ on a:

$$\mathcal{A}=\frac{3(3+2)}{2}=\frac{15}{2}=7,5$$

- Pour $x=\frac{5}{2}$ on a:

$$\mathcal{A}=\frac{\frac{5}{2}\left(\frac{5}{2}+2\right)}{2}=\frac{\frac{5}{2}\times\frac{9}{2}}{2}=\frac{45}{8}$$

2) $\mathcal{A}=\frac{x(x+2)}{2}=\frac{1}{2}x^2+x$

• Pour $x=3$ on a:

$$\mathcal{A}=\frac{1}{2}\times 9+3=\frac{9+6}{2}=7,5$$

Pour $x=\frac{5}{2}$ on a:

$$\mathcal{A}=\frac{1}{2}\times\frac{25}{4}+\frac{5}{2}=\frac{25+20}{8}=\frac{45}{8}$$

**Exercice 18:**

$A=-2(x-3-5x+2)=-2(-4x-1)=8x+2$

$B=7x(2x+1-2+8x)=7x(10x-1)=70x^2-7x$

$C=\frac{x}{3}(-6+2x-3x+9)=\frac{x}{3}(-x+3)=\frac{-1}{3}x^2+x$

$D=x^2\left(1+x+\frac{7}{3}x-7\right)=x^2\left(\frac{10}{3}x-6\right)=\frac{10x^3}{3}-6x^2$

**Exercice 19:**

$A=(x-3)(x^2+1)$ ;

$B=(2x-1)(x^3+1)$

$C=3-x+x^2(3-x)=(3-x)(1+x^2)$

$D=(3-2x)+x(3-2x)=(3-2x)(1+x)$

**Exercice 21:**

$A=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=x^2+2\times\frac{3}{2}x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=x^2+3x+\frac{9}{4}$

$B=(2x+3)^2=(2x)^2+2\times(2x)\times 3+3^2=4x^2+12x+9$

$C=(-x+2)^2=(-x)^2+2\times(-x)\times 2+2^2=x^2-4x+4$

$D=\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{3}\right)^2=\left(\frac{x}{2}\right)^2-2\times\left(\frac{x}{2}\right)\times\frac{2}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{x^2}{4}-\frac{2}{3}x+\frac{4}{9}$

**Exercice 22:**

1) $\mathcal{A}=AB\times BC=(x+5)(x+3)$

2) $V=AB\times BC\times AE=(x+5)(x+3)(x+2)$

3) $\mathcal{A}=(x+5)(x+3)=x^2+8x+15$

$V=(x+5)(x+3)(x+2)=(x^2+8x+15)(x+2)=x^3+10x^2+31x+30$

**Exercice 23:**

1) $\mathcal{A}=4^2-x^2=16-x^2$ en cm²

2) $\mathcal{A}=(4-x)(4+x)$

3)Pour $x=1$ ona: $\mathcal{A}=16-1=15cm^2$

Pour $x=3$ on a:

$\mathcal{A}=16-9=7cm^2$

Pour $x=\frac{3}{5}$ on a:

$\mathcal{A}=16-\frac{9}{25}=15,64cm^2$

**Exercice 24:**

1) $\mathcal{A}=x^2$ , $P=4x$

2) a) L'aire de la partie demandée est $x^2-(x-3)^2$

b) On a:

$x^2-(x-3)^2=x^2-(x^2-6x+9)=6x-9=3(2x-3)$

c) Pour $x=8$ on a: $\mathcal{A}=39cm^2$

**Exercice 27:**

$A=(x+1-2)(x+1+2)=(x-1)(x+3)$

$B=(x-2-3)(x-2+3)=(x-5)(x+1)$

$C=(-x+3-1)(-x+3+1)=(-x+2)(-x+4)$

$D=(2x+1-4)(2x+1+4)=(2x-3)(2x+5)$

**Exercice 28:**

$A=(x+3)(x^2-1)=(x+3)(x-1)(x+1)$

$B=(1-x)(x^2-4)=(1-x)(x-2)(x+2)$

$C=(2x-1)(x^2-9)=(2x-1)(x-3)(x+3)$

$D=\left(\frac{x}{2}-\frac{4}{3}\right)(x^2+25)$

**Exercice 29:**

Figure (a): $(x+3)^2-5^2=x^2+6x-16$

Figure (b):

$5^2-(x^2+3^2)=25-9-x^2=16-x^2$

Figure (c): $5^2-(x+3)^2=16-x^2-6x$

**Exercice 30:**

$P=(9-2x)\times 2+(6-2x)\times 2+2x\times 4$

$P=30$

$A=9\times 6-4x^2=54-4x^2$

**Exercice 31:**

1) $AH=4-x$

$A_{AHIJ}=(4-x)^2$

L'aire de la partie coloriée en vert est:

$M=(4-x)^2-2^2$

2) $Q=(4-x)^2-4=16-8x+x^2-4=12-8x+x^2$

Pour $x=2$ , $Q=0$

Cela signifie que: Le point

$H$ est confondu avec $E$

• Le point $J$ est confondu avec $G$

• Le point $I$ est confondu avec $F$

**Exercice 32:**

1) a) $\mathcal{A}=x^2$

b) si $x=\frac{5}{3}$ alors $\mathcal{A}=\left(\frac{5}{3}\right)^2=\frac{25}{9}$

2) $\mathcal{A}'=\frac{(c-0,5)\times 4}{2}=2x-1$

3) a) $S=\mathcal{A}+\mathcal{A}'=x^2+2x-1$

b) si $x=\frac{5}{3}$ alors:

$S=\left(\frac{5}{3}\right)^2+2\times\frac{5}{3}-1$

$=\frac{25}{9}+\frac{30}{9}-\frac{9}{9}=\frac{46}{9}$

**Exercice 34:**

1) $A=(x+1)(x(x+2)+1)$

$=(x+1)(x^2+2x+1)$

$=(x+1)(x+1)^2$

$=(x+1)^3$

2) $(x+1)^3=A=x(x+1)(x+2)+(x+1)$

3) a)

$x(x+1)(x+2)=(x^2+x)(x+2)$

$=x^3+2x^2+x^2+2x$

$=x^3+3x^2+2x$

b) $(x+1)^3=x(x+1)(x+2)+x+1=x^3+3x^2+2x+x+1$

$=x^3+3x^2+3x+1$

10 Chapitre

# ÉQUATIONS DU PREMIER DÉGRE À UNE INCONNUE

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Résoudre une équation du premier degré à une inconnue;<br>• Résoudre une équation qui se ramène à une équation du premier degré à une inconnue;<br>• Mathématisater des situations;<br>• Mettre en équation et résoudre des problèmes. |
| **Pré-requis** | • Opérations sur les nombres rationnels.<br>• Calcul littéral;<br>• Maîtrise des techniques de résolution d'une équation à une inconnue; |
| **Contenu** | • Équation du premier degré à une inconnue.<br>• Résolution d'une équation du premier degré .<br>• Mise en équation d'un problème |
| **Prolongement** | Dans d'autres chapitres de ce niveau:<br>• Nombres rationnels: intoduction et comparaison<br>• Nombres rationnels: somme et différence<br>• Nombres rationnels: produit et quotient<br>• Nombres rationnels: les quatre opérations<br>• Calcul littéral<br>• Proportionnalité- Fonctions linéaires<br>• Statistiques<br>Dans les niveaux supérieus:<br>• Équations du premier et second degré à coefficients réels<br>• Inéquations et systèmes<br>• Activités algébriques et /ou géométriques<br>Dans d'autres disciplines:<br>• Les disciplines scintifiques et technologiques |

| | |
|---|---|
| **Matériels didactiques** | • Calculatrice;<br>• logiciels. |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Mise en équation d'un problème<br>• **Activité 2:** Mise en équation d'un problème<br>• **Activité 3:** Calcul littéral-résolution d'équation |
| | **Cours**<br>• Équation du premier degré à une inconnue;<br>• Résolution d'une équation du premier degré;<br>• Mise en équation d'un problème. |
| | **Pour comprendre**<br>• Résolution d'une équation du premier degré:<br>• Mise en équation d'un problème |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'APPROFONDIS<br>• J'INTÈGRE |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

### • Côté historique et / ou culturel

Les origines du mot «algèbre»

Vers l'an 830, le mathématicien al-Khawarizmi (780-850) a écrit un livre : «Al-jabre wa l'mugabala».

Le mot «jabr» désigne la transformation effectuée, par exemple, quand en transforme $x+5=a$ en $x=a-5$

al-Khawarizmi n'utilisait pas l'écriture des équations avec des lettres comme ci-dessus, mais les décrivait avec des phrases.

Dans son livre, l'inconnue est, par exemple, la chose.

### • Côté pédagogique

- Ce chapitre est destiné à habituer les élèves à résoudre des problèmes de la vie courante et leurs donner des méthodes pour les résoudre en suivant les étapes suivantes:

  • Une bonne compréhension des données du problème;

  • Choix de l'inconnue;

  • Recherche des outils mathématiques nécessaires utilisés pour résoudre le problème posé

  • Interprétation des résultats obtenus.

- Toutes les équations ou les situations qui aboutissant à résoudre des équations paramétriques du premier degré à une inconnue sont considérées hors programme.

- L'équation qui s'écrit sous la forme, $(ax+b)(cx+d)=0$ est considéré hors programme

- L'enseignant (e) est pris (e) de veiller à ce que les solutions d'une équation soient présentées comme suit:

«La solution de l'équation est...»

## **Partie 2:** Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

• La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- L'utilisation de la calculatrice est sollicitée dans ce chapitre.

**• Traitement:**

| **Activité 1 :** Mise en équation d'un problème | |
|---|---|
| Objectif | Utiliser une équation pour résoudre une situation problème. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) Traduction de la situation par une équation :<br>$250 + 3x = 1350 + 2x$<br>2) a) Résolution de l'équation :<br>$250 + 3x = 1350 + 2x$ signifie que : $x = 1350 - 250$<br>Donc : $x = 1100m$<br>b) Pour Samira : $250 + 3x = 250 + 3300 = 3550m$<br>Pour Wiam : $1350 + 2x = 1350 + 2200 = 3550m$ |
| **Activité 2 :** Mise en équation d'un problème | |
| Objectif | Utiliser une équation pour résoudre une situation problème |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | • Choix de l'inconnue :<br>Soit $x$ le montant que doit donner Nadia à Yasser<br>• Mise en équation :<br>L'énoncé du problème se traduit par l'équation suivantes :<br>$475 - x = 245 + x$<br>• Résolution de l'équation :<br>$475 - x = 245 + x$ signifie que : $2x = 230$<br>signifie que : $x = \frac{230}{2} = 115$<br>Donc Nadia doit donner $115Dh$ à Yasser<br>• Retour au problème<br>Yasser aura : $245 + 115 = 360$<br>et Nadia n'aura que : $475 - 115 = 360$ |

| **Activité 3 :** Calcul littéral-résolution d'équation | |
|---|---|
| Objectif | Traduire des calculs par des expression littérales et utiliser une équation pour résoudre une situation problème. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) $\mathscr{A}_1 = 15 \times x$ (Aire d'un rectangle)<br>2) $\mathscr{A}_2 = \mathscr{A}_{ABCD} - \mathscr{A}_1 = 34 \times 24 - 15x = 816 - 15x$<br>3) Résolvons l'équation : $15x = 816 - 15x$<br>On a : $15x = 816 - 15x$ signifie que : $30x = 816$<br>signifie que : $x = 27,2$<br>Vérification : $\mathscr{A}_1 = 15 \times x = 15 \times 27,2 = 408$<br>et $\mathscr{A}_2 = 816 - 15x = 816 - 408 = 408$<br>Donc : $\mathscr{A}_1 = \mathscr{A}_2$ pour $x = 27,2$ |

## Partie 3: Corrigés ou indications des solutions des exercices

**Exercice 2:**

a) $x = 30$ ; b) $x = -90$

c) $x = 23$ ; d) $x = -40$

**Exercice 4:**

a) $x = \frac{13}{4}$ ; b) $x = -\frac{1}{5}$

c) $x = -\frac{2}{5}$ ;

d) $x = -\frac{2}{44} = -\frac{1}{22}$

**Exercice 7:**

a) $z = \frac{10}{9}$ ; b) $z = \frac{18}{5}$

c) $z = -1$ ; d) $z = \frac{32}{9}$

**Exercice 8:**

a) $x = \frac{7}{2}$ ; b) $x = \frac{16}{7}$

c) L'équation n'a pas de solutions

d) Tous les nombres sont solutions de l'équation

**Exercice 11:**

a) $x = \frac{13}{2}$ ; b) $x = -\frac{19}{2}$

c) $x = \frac{1}{7}$ ; d) $x = \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$

**Exercice 14:**

a) $x = \frac{3}{7}$ ; b) $x = \frac{13}{9}$

c) $x = \frac{15}{19}$ ; d) $y = \frac{29}{21}$

**Exercice 16:**

1) Oui

2) Oui

**Exercice 19:**

a) On a :

$$\frac{5x-4}{2} + \frac{x+2}{3} = x+1$$

$$\frac{3(5x-4)}{6} + \frac{2(x+2)}{6} = \frac{6(x+1)}{6}$$

$$15x - 12 + 2x + 4 = 6x + 6$$

$$15x + 2x - 6x = 6 - 4 + 12$$

$$11x = 14$$

Donc : $x = \frac{14}{11}$

b) On a : $\frac{x-1}{5} - \frac{x+3}{2} = x + \frac{1}{4}$

$$\frac{4(x-1)}{20} - \frac{10(x+3)}{20} = \frac{20x}{20} + \frac{5}{20}$$

$$4x - 4 - 10x - 30 = 20x + 5$$

$$4x - 10x - 20x = 5 + 4 + 30$$

$$-26x = 39$$

Donc : $x = -\frac{39}{26} = -\frac{3}{2}$

**Exercice 29:**

1) On a : $3x + 3x + 6x = 180$

$$12x = 180$$

$$x = 15$$

Donc : $A\widehat{B}C = 45°$ et $B\widehat{A}C = 90°$ et $A\widehat{C}B = 45°$

2) $ABC$ est un triangle rectangle isocèle en $A$.

**Exercice 32:**

On résout l'équation :

$$x - 2 + 2x - 6 + 2x + 4 = 21$$

$$5x - 4 = 21$$

$$5x = 25$$

Donc : $x = 5$

Vérification : pour $x = 5$ on a :

$AB = 3$ ; $AC = 4$ et $BC = 14$

Puisque : $AB + AC < BC$ donc le triangle

$ABC$ n'existe pas, et par suite il n'existe pas de valeur de $x$ pour cette question.

**Exercice 34:**

On résout l'équation :

$(11+x)+(15+x)+(21+x)=48,5$

Signifie que : $3x+47=48,5$

Signifie que : $3x=1,5$

Signifie que : $x=0,5=\frac{1}{2}$

Donc : $x=\frac{1}{2}$ est la solution du problème posé

**Exercice 35:**

• Choix de l'inconnue :

Soit $x$ la somme que possède Nadia.

• Mise en équation :

Hicham possède $250Dh$ de plus que Nada, donc on obtient l'équation suivante :

$(x+250)+100=2(x+100)$

c'est-à-dire : $x+350=2x+200$

• Résolution de l'équation :

$x+350=2x+200$

Signifie que : $x=150$

• Retour au problème :

- Nadia a $150Dh$

- Hicham a $(150+250)Dh$

c'est-à-dire : $400Dh$

- si on ajoute $100Dh$ à chacun d'eux, Hicham aura $500Dh$ et Nadia $250Dh$

**Exercice 37:**

• Choix de l'inconnue :

Soit $x$ le nombre qu'on cherche

• Mise en équation :

$2x+15=3x-15$

• Résolution de l'équation :

$2x+15=3x-15$ signifie que :

$3x-2x=15+15$

Donc : $x=30$

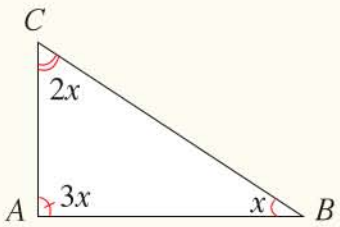
• Retour au problème :

On a : Le double de $30$ augmenté de $15$ est : $2\times30+15=75$

Le triple de $30$ diminué de $15$ est : $3\times30-15=75$

**Exercice 39:**

Montrons que le triangle $ABC$ est rectangle




La somme des mesures des angles d'un triangle est $180°$ donc : $3x+2x+x=180$

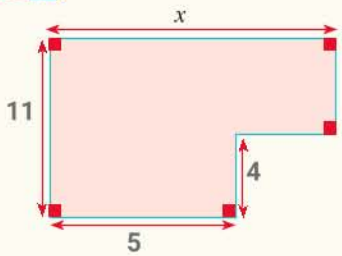
c'est-à-dire : $6x=180$

Donc : $x=30$

D'où : $\widehat{BAC}=3x=90°$

Par suite le triangle $ABC$ est rectangle en $A$.

**Exercice 40:**




• Choix de l'inconnue :

Soit $x$ la longueur du coté codé sur la figure.

• Mise en équation : $4 \times 5 + x \times 7 = 83$

• Résolution de l'équation :

$4 \times 5 + x \times 7 = 83$

Signifie que : $20 + 7x = 83$

Signifie que : $7x = 63$

Signifie que : $x = \frac{63}{7} = 9$

Donc la valeur de $x$ existe et égale à $9$

**Exercice 41:**

• Choix de l'inconnue :

Soit $x$ le nombre d'année

• Mise en équation :

$41 + x = (7 + x) + (4 + x) + (12 + x)$

• Résolution de l'équation :

$41 + x = (7 + x) + (4 + x) + (12 + x)$

Signifie que : $41 + x = 23 + 3x$

Signifie que : $2x = 18$

Signifie que : $x = \frac{18}{2} = 9$

Donc : $x = 9$

• Retour au problème :

Dans $9ans$, la mère d'Ayoub aura $41 + 9 = 50ans$

et Ayoub et ses frères auront :

$7 + 9 = 16$ et $12 + 9 = 21$ et $4 + 9 = 13$

Donc : $16 + 21 + 13 = 50$

**Exercice 42:**

• Choix de l'inconnue :

Soit $x$ la longueur du côté $[AD]$

• Mise en équation :

$(12 - x) - \frac{3}{5} \times (12 - x) = x - \frac{5}{7}x$

• Résolution de l'équation :

$(12 - x) - \frac{3}{5} \times (12 - x) = x - \frac{5}{7}x$

Signifie que :

$\frac{5(12 - x)}{5} - \frac{3(12 - x)}{5} = \frac{7x}{7} - \frac{5x}{7}$

Signifie que : $\frac{60 - 5x - 36 + 3x}{5} = \frac{2x}{7}$

Signifie que : $\frac{24 - 2x}{5} = \frac{2x}{7}$

Signifie que : $7(24 - 2x) = 10x$

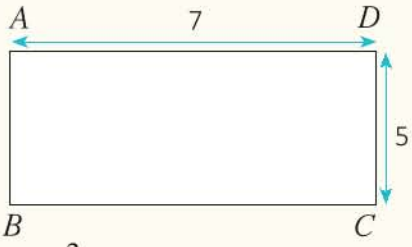
Signifie que : $168 - 14x = 10x$

Signifie que : $24x = 168$

Signifie que : $x = \frac{168}{24} = 7$

Donc : $AD = 7$

• Retour au problème :




$\ell = 5 - \frac{3}{5} \times 5 = 5 - 3 = 2$

et $L = 7 - \frac{5}{7} \times 7 = 7 - 5 = 2$

Donc : $\ell = L$

**Exercice 44:**

• Choix de l'inconnue :

Soit $x$ le prix d'un roman

• Mise en équation :

$5x = (x - 4) \times 7$

• Résolution de l'équation :

$5x = (x - 4) \times 7$

Signifie que : $5x = 7x - 28$

Signifie que : $2x = 28$

Signifie que : $x = \frac{28}{2} = 14$

Donc le prix d'un roman est $14dh$

• Retour au problème :

$5 \times 14 = 70$ et $(14-4) \times 7 = 70$

**Exercice 48:**

1) Éxprimons en fonction de $x$ les dépenses de Ahmed

- Première dépense :

$$(x+228) \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}x + 152$$

Il lui reste : $(x+228) - \left(\frac{2}{3}x + 152\right)$

$$= x - \frac{2}{3}x + 228 - 152$$

$$= \frac{1}{3}x + 76$$

- Deuxième dépense :

$$\left(\frac{1}{3}x + 76\right) \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}x + 57$$

Il lui reste :

$$\left(\frac{1}{3}x + 76\right) - \left(\frac{1}{4}x + 57\right)$$

$$= \frac{x}{3} - \frac{x}{4} + 76 - 57$$

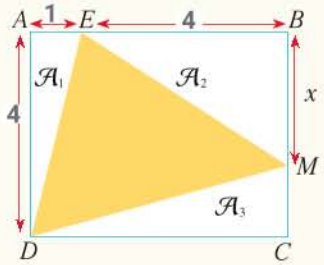
$$= \frac{x}{12} + 19$$

2) $\frac{x}{12} + 19 = 30$

Signifie que : $\frac{x}{12} = 30 - 19 = 11$

Donc : $x = 132dh$

**Exercice 49:**




1) a) L'aire $\mathcal{A}_1$ du triangle $AED$ est :

$$\mathcal{A}_1 = \frac{B \times h}{2}$$

$$= \frac{AE \times AD}{2}$$

$$= \frac{1 \times 4}{2}$$

Donc : $\mathcal{A}_1 = 2cm^2$

b) • L'aire $\mathcal{A}_2$ du triangle $EBM$ :

$$\mathcal{A}_2 = \frac{BM \times EB}{2} = \frac{4x}{2} = 2x$$

• L'aire $\mathcal{A}_3$ du triangle $DMC$

$$\mathcal{A}_3 = \frac{MC \times CD}{2} = \frac{(4-x) \times 5}{2} = \frac{5}{2}(4-x)$$

2) • $\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3 = 2 + 2x + \frac{5}{2}(4-x)$

$$= 2 + 2x + 10 - \frac{5}{2}x$$

$$= 12 - 0,5x$$

• Déduction

L'aire de la partie jaune est égale :

$$\mathcal{A}_{ABCD} - (\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3) = 4 \times 5 - (12 - 0,5x)$$

$$= 8 + 0,5x$$

3) On résout l'équation :

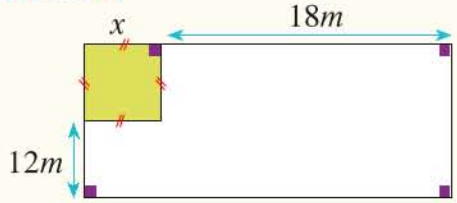
$12 - 0,5x = 8 + 0,5x$

On a : $12 - 0,5x = 8 + 0,5x$ signifie que

$x = 12 - 8 = 4$

Donc: $x = 4$

**Exercice 50:**




• Choix de l'inconnue :

Soit $x$ le mesure du côté du côté (voir figure)

• Mise en équation :

$(x+18)(x+12) - x^2 = 1056$

• Résolution de l'équation :

$(x+18)(x+12) - x^2 = 1056$

$x^2 + 18x + 12x + 216 - x^2 = 1056$

$30x = 840$

Donc : $x = 28$

11 Chapitre

# ORDRE ET OPÉRATIONS

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Comparer deux nombres rationnels;<br>• Utiliser les propriétés d'ordre et d'addition;<br>• Utiliser les propriétés d'ordre et de multiplication;<br>• Encadrer une expression;<br>• Résolution des inéquations de type: $ax + b < c$ avec $a$ positif. |
| **Pré-requis** | • Ordre sur les fractions;<br>• Rangement des nombres relatifs par ordre croissant (ou décroissant);<br>• Valeurs approchées et écriture scientifique. |
| **Contenu** | • Comparaison de deux nombres rationnels;<br>• Ordre et addition;<br>• Ordre et multiplication;<br>• Encadrement d'un nombre rationnel. |
| **Prolongement** | Dans le même niveau:<br>• Le reste des chapitres<br>Dans les niveaux supérieurs:<br>• Nombres réels : intoduction et comparaison<br>• Nombres réels : somme et différence<br>• Nombres réels : produit et quotient<br>• Nombres réels : es quatre opérations<br>• Ordre et opérations sur les nombres réels<br>• Statistiques<br>• Inéquations dans $\mathbb{R}$<br>• Encadrement de fonction<br>Dans d'autres disciplines:<br>• En physique- Chimie<br>• En économie<br>• En technologie |

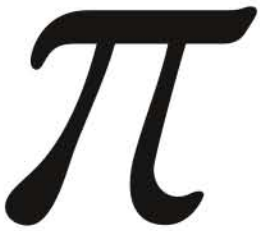
| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• logiciels. |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Ordre et signe de la différence<br>• **Activité 2:** Ordre et addition<br>• **Activité 3:** Ordre et multiplication |
| | **Cours**<br>• Comparaison de deux nombres rationnels;<br>• Ordre et addition;<br>• Ordre et multiplication;<br>• Encadrement d'un nombre rationnel. |
| | **Pour comprendre**<br>• Ordre et signe d'une différence;<br>• Comparaison de deux nombres rationnels;<br>• Ordre et opérations. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3<br>• Exercice résolu 4<br>• Exercice résolu 5 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

- **Côté historique et / ou culturel**

**Le nombre $\pi$**

Le nombre $Pi$ (représenté par la lettre grecque du même nom : $\pi$ ) est le quotient de la longueur d'un cercle par son diamètre. Pendant très longtemps, les mathématiciens ont essayé de trouver des valeurs approchées sous forme de fractions de $\pi$ .



Voici quelques valeurs approximatives de $\pi$ trouvées selon les époques.

- Chez les Babyloniens : $\frac{25}{8}$
- Époque de la Bible : $3$
- Époque d'Archimède : $\frac{22}{7}$
- Époque de Ptolémée : $\frac{377}{120}$
- Époque Musulmane

Al kashi a trouvé seize chiffres exactes après la virgule

- **Côté pédagogique**

L'utilisation de l'ordre dans la comparaison de certains nombres est parmi les techniques que l'élève à déjà manipulée auparavant , par conséquent , l'enseignant(e) est pris (e) à la consolider et la renforcer à partir des règles concernant l'ordre et les opérations.

Ce chapitre est aussi une occasion pour inciter l'élève à utiliser la calculatrice dans la détermination de quelques valeurs approchées du quotient de deux nombres et aussi dans la comparaison de deux nombres comme une méthode parmi d'autres.

## Partie 2: Gestion des activités

- **Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et / ou des questions orales au besoin.

- L'utilisation de la calculatrice est sollicitée

• **Traitement:**

| **Activité 1 :** Ordre et signe de la différence | |
|---|---|
| Objectif | Utiliser la droite graduée, pour ordonner deux nombres rationnels et faire le lien entre ordonner deux nombres et le signe de leur différence. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) $-3 < -\frac{3}{2}$ ; $\frac{11}{3} > \frac{5}{3}$<br>b) $-3-\left(-\frac{3}{2}\right)$ est négatif et $\frac{11}{3}-\frac{5}{3}$ est positif<br>c) $a-\frac{11}{3}$ est positif<br>2) a) $x=3$ ; $x=\frac{11}{3}$<br>b) $M$ est situé sur la demi-droite d'origine $A$ qui contient $B$<br>c) $x \geqslant \frac{5}{3}$ |
| **Activité 2 :** Ordre et addition | |
| Objectif | Présenter l'ordre et l'addition (compatibilité de l'addition avec l'ordre) |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) Yasser a moins d'argent qu'Anas<br>b) Yasser a moins d'argent qu'Anas<br>2) a) $a-b$ est négatif<br>b) $(a+c)-(b+c)=a+c-b-c=a-b$<br>Puisque $a-b<0$ alors $a+c<b+c$<br>c) $(a-c)-(b-c)=a-c-b+c=a-b$<br>Puisque $a-b<0$ alors $a-c<b-c$ |
| **Activité 3 :** Ordre et multiplication | |
| Objectif | Présenter l'ordre et la multiplication dans le seul cas : $k>0$ (le cas où $k<0$ est hors programme) |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) On a : $x>y$ et $k>0$ donc : $x-y>0$ et $k(x-y)>0$<br>2) On a : $kx-ky=k(x-y)$<br>Puisque $k(x-y)>0$ alors $kx-ky>0$<br>Donc : $kx>ky$ |

## **Partie 3:** Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 1:**

1) Comparons $x$ et $y$ :

a) On a : $x-y=-\frac{1}{3}$ et $-\frac{1}{3}<0$

donc $x<y$

b) On a : $y-x=7,5$ et $7,5>0$

donc $x<y$

c) On a : $x=y+\frac{5}{7}$ c'est-à-dire :

$x-y=\frac{5}{7}$ et $\frac{5}{7}>0$

donc $x>y$

d) On a : $x=y-7$ c'est-à-dire :

$x-y=-7$ et $-7<0$

donc $x<y$

**Exercice 2:**

Comparons $x$ et $y$ :

a) On a : $4x=4y-0,6$

c'est-à-dire : $x-y=-\frac{0,6}{4}$

et $-\frac{0,6}{4}<0$ donc : $x<y$

b) On a : $3x-y=2y+1$

c'est-à-dire : $3x-3y=1$

c'est-à-dire : $x-y=\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{3}>0$

donc : $x>y$

c) On a : $\frac{x-5}{2}=\frac{y+3}{2}$

c'est-à-dire : $x-5=y+3$

c'est-à-dire : $x-y=8$ et $8>0$

donc : $x>y$

d) On a : $\frac{3}{2}y-x=\frac{1}{2}x-1$

c'est-à-dire : $\frac{3}{2}y-\frac{3}{2}x=-1$

c'est-à-dire : $y-x=-\frac{2}{3}$ et $-\frac{2}{3}<0$

donc : $y<x$

**Exercice 4:**

Comparons $a$ et $b$ :

1) On a : $a>0$ et $b>0$

et $\frac{101}{103}<1$ et $\frac{97}{93}>1$

donc $\frac{101}{103}<\frac{97}{93}$

c'est-à-dire : $a<b$

2) On a : $a<0$ et $b<0$

et $a=-\frac{13}{35}=-\frac{13\times3}{35\times3}=-\frac{39}{105}$

et $b=-\frac{101}{105}$

Puisque : $\frac{39}{105}<\frac{101}{105}$

alors $b<a$

**Exercice 6:**

On a : $x<-5$ et $y>4$

- $x<-5$ donc $x+5<0$
- $x<-5$ donc : $x-\frac{3}{5}<-5-\frac{3}{5}$

c'est-à-dire : $x-\frac{3}{5}<-\frac{28}{5}$

- $x<-5$ donc : $2x<2\times(-5)$, d'où

$2x+3<2(-5)+3$

c'est-à-dire : $2x+3<-7$

- $y>4$ donc : $\frac{1}{4}y>\frac{1}{4}\times4$, d'où

$\frac{1}{4}y-\frac{5}{3}>1-\frac{5}{3}$

c'est-à-dire : $\frac{1}{4}y-\frac{5}{3}>-\frac{2}{3}$

**Exercice 12:**

On a : $-1<x<\frac{3}{2}$

a) • $-1<x<\frac{3}{2}$ donc:

$-1+3<x+3<\frac{3}{2}+3$

d'où : $2<x+3<\frac{9}{2}$

b) • $-1<x<\frac{3}{2}$ donc :

$-1 \times 4 < 4x < 4 \times \frac{3}{2}$

d'où : $-4 < 4x < 6$

c) $-1 < x < \frac{3}{2}$ donc :

$-1 \times 2 < 2x < \frac{3}{2} \times 2$

d'où: $-1 \times 2 - \frac{3}{2} < 2x - \frac{3}{2} < 2 \times \frac{3}{2} - \frac{3}{2}$

d'où : $-\frac{7}{2} < 2x - \frac{3}{2} < \frac{3}{2}$

**Exercice 20:**

On a : $a < b$

1) Le signe de $\frac{5}{3}a - \frac{5}{3}b$

On a : $\frac{5}{3}a - \frac{5}{3}b = \frac{5}{3}(a-b)$

Puisque : $a < b$ alors $a - b < 0$

donc : $\frac{5}{3}(a-b) < 0$

d'où : $\frac{5}{3}a - \frac{5}{3}b < 0$

2) On a : $a < b$ donc : $\frac{2}{3}a < \frac{2}{3}b$ et on a : $-2 < -1$

donc : $\frac{2}{3}a - 2 < \frac{2}{3}b - 1$

**Exercice 23:**

Résolvons les inéquations suivantes :

a) $3x - 1 \leqslant x + 2$

signifie que : $3x - x \leqslant 2 + 1$

signifie que : $x \leqslant \frac{3}{2}$

Les solutions de l'inéquation sont les nombres rationnels inférieurs ou égaux à $\frac{3}{2}$

b) $\frac{7}{3}x + 1 > 2x - \frac{1}{3}$

Signifie que $\frac{7}{3}x - 2x > -\frac{1}{3} - 1$

Signifie que : $\frac{1}{3}x > -\frac{4}{3}$

Signifie que : $x > -4$

Les solutions de l'inéquation sont les nombres rationnels strictement supérieurs à $-4$

**Exercice 25:**

On a : $x < y$

1) Comparons $\frac{x+y}{2}$ et $x$

On a : $\frac{x+y}{2} - x = \frac{x+y}{2} - \frac{2x}{2}$

$= \frac{y-x}{2}$

Puisque $\frac{y-x}{2} > 0$ alors : $x < \frac{x+y}{2}$

2) comparons $y$ et $\frac{x+y}{2}$

On a : $\frac{x+y}{2} - y = \frac{x+y}{2} - \frac{2y}{2}$

$= \frac{x+y-2y}{2}$

$= \frac{x-y}{2}$

Puisque : $\frac{x-y}{2} < 0$ alors $\frac{x+y}{2} < y$

3) On a : $x < \frac{x+y}{2}$ et $\frac{x+y}{2} < y$

Donc : $x < \frac{x+y}{2} < y$

4) D'après 3) pour $x = \frac{17}{19}$ et $y = \frac{18}{5}$

on a : $\frac{17}{19} < \frac{\frac{17}{19} + \frac{18}{19}}{2} < \frac{18}{19}$

Donc le nombre: $\frac{35}{38}$ répond à la question.

**Exercice 28:**

On a : $a > 0$ et $x = \frac{7}{6}$ et $y = \frac{7+a}{6+a}$

1) • Pour $a = 1$, on a : $x = \frac{7}{6}$ et $y = \frac{8}{7}$

Puisque : $x - y = \frac{7}{6} - \frac{8}{7} = \frac{1}{42}$ et $\frac{1}{42} > 0$, alors : $x > y$

• Pour $a = 2$, on a : $x = \frac{7}{6}$ et $y = \frac{9}{8}$

Puisque : $x - y = \frac{7}{6} - \frac{9}{8} = \frac{1}{24}$

et $\frac{1}{24} > 0$, alors $x > y$

• Pour $a = \frac{1}{2}$ on a : $x = \frac{7}{6}$ et $y = \frac{15}{13}$

Puisque : $x - y = \frac{7}{6} - \frac{15}{13} = \frac{1}{78}$

et $\frac{1}{78} > 0$ alors $x > y$

2) a) $x - y = \frac{7}{6} - \frac{7+a}{6+a}$

$= \frac{7(6+a) - 6(7+a)}{6(6+a)}$

$= \frac{a}{6(6+a)}$

b) On a : $\frac{a}{6(6+a)} > 0$ car $a > 0$

donc $x - y > 0$ d'où : $x > y$

**Exercice 29:**

1) $2x + 7 > -3$

2) $3y \leqslant y - 6$

3) $\frac{1}{4}z + 11 \geqslant z + 3$

**Exercice 30:**

1) $\mathcal{A} = \pi(7)^2 = 49\pi cm^2$

2) $153,938 < \mathcal{A} < 153,939$ (en $cm^2$)

**Exercice 32:**

1) On a : $p = 2(L + \ell)$

On a : $11,3 < \ell < 11,4$

et $16,4 < L < 16,5$

donc : $27,7 < L + \ell < 27,9$

d'où : $55,4 < p < 55,8$ (en m)

2) On a : $\mathcal{A} = L \times \ell$

On a :

$16,4 \times 11,3 < L \times \ell < 11,4 \times 16,5$

Donc : $185,32 < \mathcal{A} < 188,1$

**Exercice 33:**

On a : $p = 2\pi r = 6\pi$

On a : $3,14 < \pi < 3,15$

Donc : $6 \times 3,14 < 6\pi < 6 \times 3,15$

D'où : $18,84 < 6\pi < 18,90$

**Exercice 34:**

- L'aire du rectangle $ABCD$ est $\mathcal{A} = 6 \times 3 = 18cm^2$

L'aire $\mathcal{A}_R$ de la partie rouge est: $\mathcal{A}_R = 2x$

- L'aire $\mathcal{A}_B$ de la partie bleue est :

$\mathcal{A}_B = \mathcal{A} - \mathcal{A}_R = 18 - 2x$

- Résolvons l'inéquation : $\mathcal{A}_R > \mathcal{A}_B$

On a : $2x > 18 - 2x$

Signifie que : $4x > 18$

Signifie que : $x > \frac{18}{4}$

signifie que : $x > 4,5$

Les valeurs de $x$ sont les nombres rationnels tels que : $4,5 < x < 6$

**Exercice 35:**

On a : $x > 3$ ; $y > 3$ et $x > y$

1) Comparons $\frac{x-3}{y-3}$ et $\frac{x}{y}$

On a : $\frac{x}{y} - \frac{x-3}{y-3} = \frac{x(y-3)}{y(y-3)} - \frac{(x-3)y}{(y-3)y}$

$= \frac{xy - 3x - xy + 3y}{y(y-3)}$

$= \frac{3(y-x)}{y(y-3)} < 0$

car $y - x < 0$ et $y(y-3) > 0$

Donc : $\frac{x}{y} < \frac{x-3}{y-3}$

2) Comparons $\frac{x+1}{y+1}$ et $\frac{x+2}{y+2}$

On a : $\frac{x+1}{y+1} - \frac{x+2}{y+2} = \frac{(x+1)(y+2) - (y+1)(x+2)}{(y+1)(y+2)}$

$= \frac{xy + 2x + y + 2 - xy - 2y - x - 2}{(y+1)(y+2)}$

$= \frac{x-y}{(x+1)(y+2)} > 0$

car $x > y$

Donc : $\frac{x+2}{y+2} < \frac{x+1}{y+1}$

3) De même on montre que: $\frac{x+2}{y+2} < \frac{x}{y}$

4) Des questions précédentes, on a :

$\frac{x+2}{y+2} < \frac{x}{y} < \frac{x-3}{y-3}$

12 Chapitre

# TRIANGLE RECTANGLE ET CERCLE

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Utiliser la propriété du triangle rectangle inscrit dans un cercle;<br>• Utiliser la propriété de Pythagore;<br>• Caractériser un triangle par son inscription dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés;<br>• Utiliser les propriétés du triangle rectangle et du cercle pour résoudre des problèmes. |
| **Pré-requis** | • Triangle rectangle;<br>• Cercle- droites perpendiculaires- angles ;<br>• Droites remarquables dans un triangle;<br>• Triangles et parallèles. |
| **Contenu** | • Triangle rectangle et cercle;<br>• Théorème de Pythagore. |
| **Prolongement** | Dans les autres chapitres de ce niveaux:<br>• Cosinus d'un angle aigu;<br>• Vecteurs et translation;<br>• Géométrie dans l'espace;<br>• Activités algébriques et/ou géométriques;<br>Dans les niveaux supérieues:<br>• Trigonométrie;<br>• Équations du cercle;<br>• Angles au centre et angle inscrits:<br>Dans d'autres disciplines:<br>• Les matières scientifiques et technologiques;<br>• Art et metièrs; |

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciels. |
| **Plan de leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Triangle rectangle et cercle<br>• **Activité 2:** Triangle rectangle et cercle<br>• **Activité 3:** Théorème de Pythagore |
| | **Cours**<br>• Triangle rectangle et cercle;<br>• Théorème de Pythagore. |
| | **Pour comprendre**<br>• Triangle rectangle et cercle;<br>• Théorème de Pythagore. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

### • Côté historique et / ou culturel

La quadrature du cercle

La quadrature du cercle est un problème classique de mathématiques apparaissant en géométrie. Il fait partie des trois grands problèmes de l'antiquité.

Le problème consiste à construire un carré de même aire qu'un disque donné à l'aide d'une règle et d'un compas.

La quadrature du cercle nécessiterait la construction à la règle et au compas de la racine carrée du nombre $\pi$, ce qui est impossible en raison de la transcendance de $\pi$.

Ne sont constructibles que certains nombres algébriques.

Ce problème impossible à résoudre à donné naissance à l'expression «chercher la quadrature du cercle», De plus, ce problème mathématique est celui qui a résisté le plus longtemps aux mathématiciens. Ils ont mis plus de trois millénaires à étudier le problème, reconnu insoluble par Ferdinant von Lindemann en 1882.

### • Côté pédagogique

- Dans ce chapitre , on s'intéresse à montrer quelques relations métriques dans le triangle rectangle et illustrer ses propriétés caractéristiques.

Toutes les relations métriques non citées dans la leçon sont hors programme.

- On peut utiliser n'importe quelle méthode pour démontrer le théorème de Pythagore à condition qu'elle soit au niveau des élèves.

- Le chapitre est considérés comme la première étape où l'élève va être sensibilisé de l'existence des nombres réels , et cela, à travers la théorème de Pythagore ou la détermination du côté d'un carré sachant son aire en utilisant la touche $\boxed{\sqrt{\ }}$ de la calculatrice.

## **Partie 2:** Gestion des activités

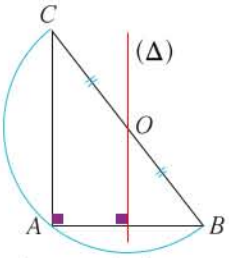
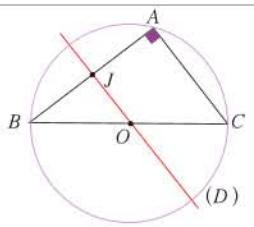
**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et / ou des questions orales au besoin.

- L'utilisation de la calculatrice est sollicitée

**• Traitement:**

<table>
<tr><td colspan="2">Activité 1 : Triangle rectangle et cercle</td></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Montrer que le milieu de l'hypothèse d'un triangle rectangle est le centre du cercle circonscrit à ce triangle</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Collectif (Visionner une vidéo)</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1) a) Figure<br>b) On remarque que $(\mathscr{C})$ par les points $A$ et $C$<br>2) a) Figure<br>b) Dans le triangle $ABC$ on a: $(\Delta)$ passe par le milieu $O$ de $[BC]$ et parallèle à $(AC)$ donc $(\Delta)$ passe par le milieux point $O$ de $[AB]$<br>3) $(\Delta) /\!/ (AC)$ et $(AC) \perp (AB)$ donc $(\Delta) \perp (AB)$<br>On a donc $(\Delta) \perp (AB)$ et $(\Delta)$ passe par le milieu de $[AB]$, donc $(\Delta)$ est la médiatrice de $[AB]$ et puisque $O \in (\Delta)$ alors $OA = OB$, et comme $OB = OC$<br>alors $OA = OB = OC = \frac{BC}{2}$<br>  </td></tr>
<tr><td colspan="2">Activité 2 : Triangle rectangle et cercle</td></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Montrer que si l'un des côtés d'un triangle est un diamètre de son cercle circonscrit , alors ce triangle est rectangle</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1) a) b) figure<br>2) a) Dans la figure $ABC$ ; on a:<br>$(D)$ passe par le milieu de $[BC]$<br>et $(D) /\!/ (AC)$<br>  </td></tr>
</table>

| | |
|---|---|
| | donc $(D)$ passe par le milieu $J$ du segment $[AB]$<br>b) On a: $JA = JB$ et $OA = OB$ donc $J$ et $O$ appartiennent à la médiatrice du segment $[AB]$ Par conséquent $(OJ)$ (c à d $(D)$) est la médiatrice du segment $[AB]$<br>3) a) On a: $(\Delta) \perp (AB)$ (car $(\Delta)$ est la médiatrice de $[AB]$) et $(\Delta) \,//\, (AC)$ donc $(AC) \perp (AB)$<br>b) On a: $ABC$ est un triangle rectangle en $A$ car $(AB) \perp (AC)$ |
| **Activité 3 :** Théorème de Pythagore | |
| Objectif | Montrer que si $ABC$ est un triangle rectangle en $A$ alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$ |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) On a $\widehat{CBA} + \widehat{CAB} = 90°$ et $\widehat{CBA} = \widehat{EAD}$<br>donc $\widehat{CAB} + \widehat{EAD} = 90°$<br>Et puisque $\widehat{CAB} + \widehat{BAE} + \widehat{EAD} = 180$ alors $\widehat{BAE} = 90°$<br>2) On a: $A_{ABC} = \frac{a \times b}{2}$ ; $A_{ADE} = \frac{a \times b}{2}$ et $A_{ABE} = \frac{c \times c}{2} = \frac{c^2}{2}$<br>3) $A_{BCDE} = \frac{(BC + ED) \times CD}{2} = \frac{(a+b)(a+b)}{2} = \frac{(a+b)^2}{2}$<br>4) On a:<br>$A_{BCDE} = A_{ABC} + A_{ADE} + A_{ABE} = \frac{ab}{2} + \frac{ab}{2} + \frac{c^2}{2} = 2 \times \frac{1}{2} ab + \frac{c^2}{2}$<br>donc: $\frac{(a+b)^2}{2} = 2 \times \frac{1}{2} ab + \frac{1}{2} c^2$<br>5) On a: $\frac{(a+b)^2}{2} = \frac{1}{2}(2ab + c^2)$<br>donc $(a+b)^2 = 2ab + c^2$<br>C'est-à-dire $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$ par conséquent :<br>$a^2 + b^2 = c^2$ |

## Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 6:**

a) $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 45$

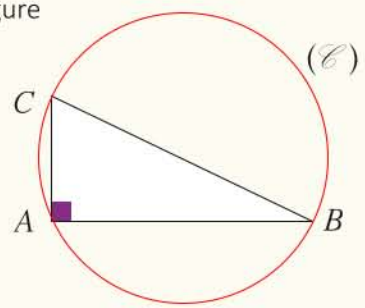
Donc : $BC = \sqrt{45}$ ; d'où : $BC \simeq 6,7$

b) $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 41$

Donc : $BC = \sqrt{41}$ ; d'où : $BC \simeq 6,4cm$

**Exercice 7:**

1) Figure




2) Le cercle $(\mathscr{C})$ circonscrit au triangle rectangle $ABC$ admet $[BC]$ comme diamètre, donc son rayon est $\frac{BC}{2}$

• Calculons $BC$ :

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3,3^2 + 5,6^2 = 42,25$

Donc : $BC = \sqrt{42,25} = 6,5cm$

Donc le rayon du cercle $(\mathscr{C})$ est $\frac{6,5}{2} = 3,25cm$

**Exercice 10:**

• Le triangle $ABC$ est isocèle de sommet $A$. et puisque $\widehat{ABC} = 45°$ alors :

$\widehat{ACB} = 45°$

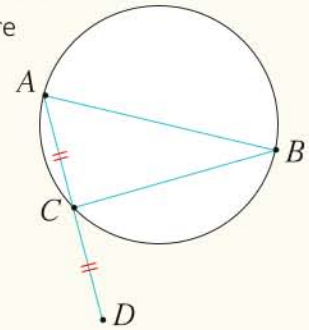
donc : $\widehat{BAC} = 180 - (45 + 45) = 90°$

D'où : $ABC$ est un triangle rectangle isocèle de sommet $A$.

• Le rayon du cercle circonscrit au triangle rectangle $ABC$ en $A$ est $r = \frac{BC}{2} = 2,83cm$

**Exercice 11:**

1) Figure




2) $ABC$ est un triangle inscrit dans un cercle de diamètre $[AB]$,

Donc c'est un triangle rectangle en $C$.

3) La droite $(BC)$ est perpendiculaire à $(AB)$ et passe par le point $C$ milieu du segment $[AD]$, donc $(BC)$ est la médiatrice du segment $[AD]$

4) $(BC)$ est la médiatrice du segment $[AD]$ et $B \in (BC)$, donc : $BA = BD$

**Exercice 15:**

• Dans le triangle rectangle $AHB$ en $H$, on a: $HB^2 = AB^2 - AH^2 = 20^2 - 12^2 = 256$

Donc : $HB = \sqrt{256} = 16cm$

• Dans le triangle rectangle $AHC$ en $H$, on a : $AH^2 + CH^2 = 169$

Donc : $AC = \sqrt{169} = 13cm$

**Exercice 18:**

1) Calculons $AC$ :

On a: $ABC$ est rectangle en $A$ , d'après le théorème de pythagore

On a : $AC^2 + AB^2 = BC^2$ donc :

$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 51,84$

D'où : $AC = \sqrt{51,84} = 7,2cm$

L'aire du triangle rectangle $ABC$ en $A$ est :

$\mathcal{A} = \frac{AC \times AB}{2} = \frac{5,4 \times 7,2}{2} = 19,44cm^2$

2) Calculons $AH$ :

On a l'aire du triangle rectangle $ABC$ en $A$ est : $\mathcal{A} = \frac{BC \times AH}{2} = 19,44cm^2$

C'est-à-dire : $9 \times AH = 38,88$

D'où : $AH = \frac{38,88}{9} = 4,32cm$

3) Calcul de $CH$ :

Dans le triangle rectangle $AHC$ en $H$ , on a : $AH^2 + CH^2 = AC^2$

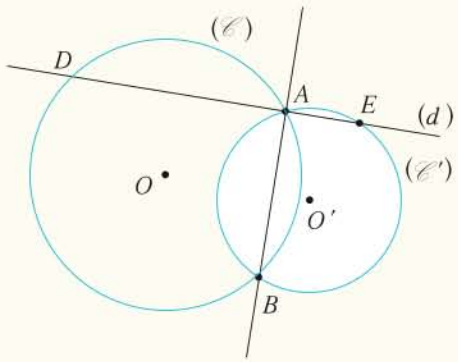
Donc :

$CH^2 = AC^2 - AH^2 = (7,2)^2 - (4,32)^2 = 33,1776$

$CH = 5,76cm$

**Exercice 20:**

1) Figure




2) • $ABD$ est un triangle rectangle en $A$ (car $(AD) \perp (AB)$)

• $ABE$ est un triangle rectangle en $A$ (car $(AE) \perp (AB)$)

3) $[BD]$ est un diamètre de $(\mathscr{C})$ car $(\mathscr{C})$ est le cercle circonscrit au triangle rectangle d'hypoténuse $[BD]$.

• De même, $[EB]$ est un diamètre du cercle $(\mathscr{C}')$.

4) Dans le triangle $BDE$ on a :

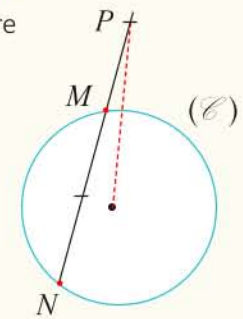
$O$ est le milieu de $[BD]$

$O'$ est le milieu de $[BE]$

Donc : $(OO')//(DE)$

**Exercice 21:**

1) 2) Figure




3) On a : $OM = ON$ et $IM = IN$

Donc : $(OI)$ est la médiatrice du segment $[MN]$

Par conséquent : $(OI) \perp (IM)$

Et puisque : $P \in (IM)$, alors :

$(OI) \perp (IP)$

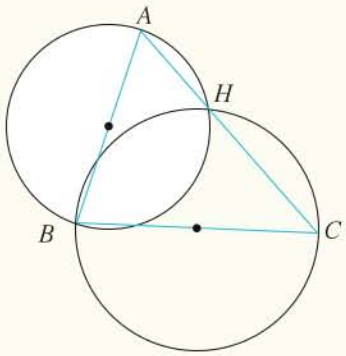
D'où le triangle $OIP$ est rectangle en $I$

finalement le triangle $OIP$ rectangle en $I$ est inscrit dans le cercle $(\mathscr{C}')$ de diamètre $[OP]$

Par suite : $I \in (\mathscr{C}')$

**Exercice 22:**

1) Figure




2) a) • $ABH$ est un triangle rectangle en $H$ (triangle inscrit dans un cercle de diamètre $[AB]$).

• $BCH$ est un triangle rectangle en $H$ (triangle inscrit dans un cercle de diamètre $[BC]$).

b) On a : $ABH$ et $BCH$ sont deux triangles rectangles en $H$,

donc : $(BH) \perp (AH)$ et $(BH) \perp (CH)$

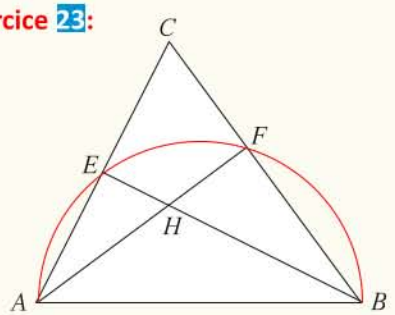
D'où : $(AH)//(CH)$, et puisque : $(BH)$ et $(CH)$ ont un point commun

Alors : $(BH) = (CH)$

Par conséquent les points $B$, $H$ et $C$ sont alignés.

3) On a : $(BH) \perp (AC)$ et $(BH)$ passe par le point $B$, donc : $(BH)$ est la hauteur issue de $B$ dans le triangle $ABC$.

**Exercice 23:**




1) Figure : Il y a deux cas : $E \in \overset{\frown}{AF}$ ou $F \in \overset{\frown}{AE}$

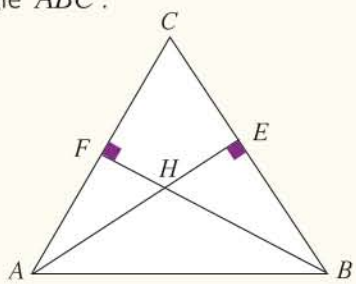
2) Le même raisonnement pour les deux cas (changer $E$ par $F$ dans le 2e cas).

On a : les triangles $AEB$ et $ABF$ sont rectangles respectivement en $E$ et $F$.

Donc : $(BE) \perp (AC)$ et $(AF) \perp (BC)$

D'où : $(BE)$ et $(AF)$ sont deux hauteurs du triangle $ABC$ qui se coupent en $H$.

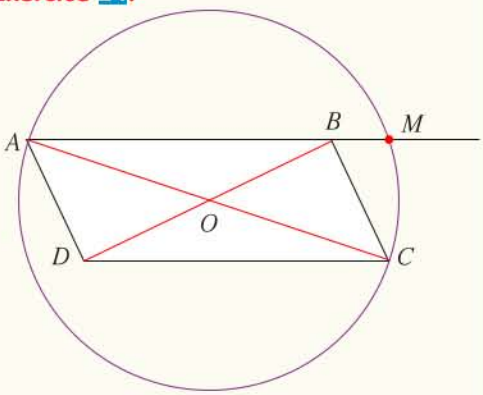
Par conséquent $H$ est l'orthocentre du triangle $ABC$.




3) Puisque $H$ est l'orthocentre du triangle $ABC$, alors $(CH)$ est sa hauteur issue de $C$.

Donc : $(CH) \perp (AB)$

**Exercice 24:**



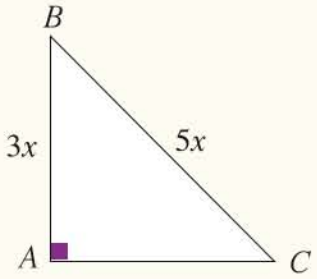

On a : $(\mathscr{C})$ est le cercle de centre $O$ et de rayon $OA$ et $O$ est milieu de $[AC]$

Donc : $(\mathscr{C})$ est le cercle de diamètre $[AC]$.

Et puisque : $M \in (\mathscr{C})$, alors : $AMC$ est un triangle rectangle en $M$

Par conséquent : $(AM) \perp (CM)$

**Exercice 27:**




On a : $ABC$ est un triangle rectangle en $A$.

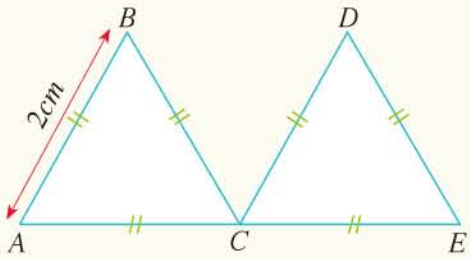
Donc : $AB^2 + AC^2 = BC^2$ d'où :

$AC^2 = BC^2 - AB^2$

C'est-à-dire : $AC^2 = 16x^2 = (4x)^2$

Par conséquent : $AC = 4x$

**Exercice 32:**




1) D'après le codage de la figure, on a :

$$CE = CA = CD = \frac{AE}{2}$$

Alors : $A$, $E$ et $D$ sont les points du cercle du centre $C$ et de diamètre $[AE]$

Donc : le triangle $AED$ est inscrit dans le cercle du diamètre $[AE]$ (1)

Par conséquent $AED$ est un triangle rectangle en $D$.

2) On a : $AD^2 + DE^2 = AE^2$, donc :

$AD^2 = AE^2 - DE^2 = 4^2 - 2^2 = 12$

D'où : $AD = \sqrt{12} \simeq 3,4cm$

3) On a : $ABE$ est un triangle rectangle en $B$ (même raisonnement que 1)

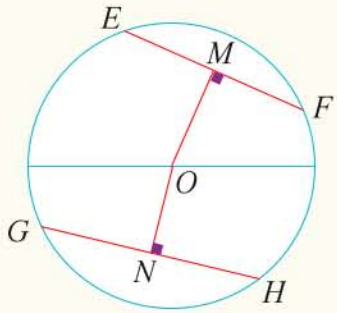
d'où : $ABE$ est un triangle inscrit dans le cercle de diamètre $[AE]$ (2)

de (1) et (2) on en déduit que les points $A$, $B$, $D$ et $E$ appartiennent au cercle $(\mathscr{C})$ de diamètre $[AE]$.

$(\mathscr{C})$ est le cercle de centre $C$ et de rayon $2cm$.

**Exercice 34:**

1)




2) a) Voir figure

b) Montrons que $OM = ON$

On a: $(OM) \perp (EF)$ et $OE = OF$ donc la droite $(OM)$ est la médiatrice du segment $[EF]$ donc $M$ est le milieu du segment $[EF]$ d'où: $EM = 2cm$

De même, on a: $N$ est le milieu du segment $[GH]$ et $GN = 2cm$

Puisque le triangle $OME$ est rectangle en $M$ alors: $OM^2 = OE^2 - EM^2$

$= 36 - 4 = 32$

donc: $OM = \sqrt{32}$

De même , on montre que $ON = \sqrt{32}$ en considérant le triangle rectangle $ONG$.

Finalement: $OM = ON$

13 Chapitre

# COSINUS D'UN ANGLE AIGU

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Savoir déterminer le cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle avec ou sans calculatrice;<br>• Utiliser le théorème de Pythagore;<br>• Utiliser le cosinus pour calculer la longueur du côté adjacent d'un angle ou l'hypoténuse dans dans un triangle rectangle<br>• Utiliser le cosinus pour résoudre des problèmes;<br>• Utiliser les touches $\cos$ ; $\cos^{-1}$ de la calculatrice .<br>• Utiliser le cosinus pour calculer la mesure d'un angle aigu . |
| **Pré-requis** | • Triangle rectangle;<br>• Cercle;<br>• Projeté orthognal d'un point sur une droite;<br>• Angles d'un triangle;<br>• Droites remarquables dans un triangle;<br>• Triangle et droite parallèles. |
| **Contenu** | • Cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle;<br>•Propriété;<br>• Cosinus et calculatrice. |
| **Prolongement** | Dans les autres chapitres de ce niveau:<br>• Activités géométriques et/ou algébriques;<br>• Géométrie dans l'espace;<br>Dans les niveaux supérieurs:<br>• Nombres réels-intoduction et comparaison;<br>• Nombres réels-somme et différence;<br>• Nombres réels-produit et quotient;<br>• Nombres réels-les quatre opérations;<br>• Nombres réels;<br>• Trigonométrie;<br>Dans d'autres disciplines:<br>• PC / SVT;<br>• Technologie;<br>• Art et métiers |

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciels. |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Côtés d'un triangle rectangle<br>• **Activité 2:** Cosinus d'un angle aigu |
| | **Cours**<br>• Cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle;<br>• Propriétés;<br>• Cosinus et calculatrice. |
| | **Pour comprendre**<br>• Côtés d'un triangle rectangle;<br>• Utilisation du cosinus d'un angle;<br>• Utilisation de la calculatrice. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

**• Côté historique et / ou culturel**

L'oeil d'un cyclone

La partie centrale d'un cyclone, appelée l'oeil du cyclone, est une zone relativement calme de diamètre d'environ 500 km (en moyenne).

Autour de cet oeil, une couronne circulaire de nuage et de vent violents, pouvant aller jusqu'à 100 km/h, s'étend sur une épaisseur de plus de 300 km.

**• Côté pédagogique**

- Dans ce chapitre , on présente le cosinus d'un angle aigu avec n'importe quelle méthode possible, à condition, que la démonstration utilisée ne doit pas dépasser les connaissances acquises par les élèves.

- Le degré est la seule unité de mesure des angles utilisée dans ce niveau.

- Sensibiliser les élèves à utiliser la calculatrice scientifique est sollicité pour déterminer des valeurs approchées du cosinus d'un angle de mesure donnée ou une valeur approchée de la mesure d'un angle connaissant son cosinus.

- Résoudre des problèmes faisant intervenir tous les concepts étudiés dans cette leçon.

## **Partie 2:** Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et / ou des questions orales au besoin.

- L'utilisation de la calculatrice est sollicitée

**• Traitement:**

<table>
<tr><td colspan="2">Activité 1 : Côtés d'un triangle rectangle</td></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Connaître dans un triangle rectangle l'hypoténuse, et le côté adjacent à un angle aigu</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1) Les deux angles aigus du triangle $MNP$ sont $\widehat{MPN}$ et $\widehat{MNP}$<br>2) a) $[NP]$<br>b) $[NM]$ et $[NP]$ sont les côtés de l'angle $\widehat{MNP}$<br>On dit aussi que $[MP]$ et $[NP]$ sont les côtés de l'angle $\widehat{MPN}$<br>c) Le côté opposé à l'angle $\widehat{MPN}$ est $[MN]$<br>3)
<table>
<tr><td></td><td>Dans le triangle $ABC$</td><td>Dans le triangle $ADC$</td><td>Dans le triangle $ADE$</td></tr>
<tr><td>L'hypoténuse est</td><td>$[AB]$</td><td>$[AC]$</td><td>$[AD]$</td></tr>
<tr><td>Le côté adjacent à l'angle $\widehat{BAC}$</td><td>$[AC]$</td><td>$[AD]$</td><td>$[AE]$</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td colspan="2">Activité 2 : Cosinus d'un angle aigu</td></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Reconnaître le cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel</td></tr>
</table>

| | |
|---|---|
| Solution proposée | 1) On a : $(AA') \perp (OB')$ et $(BB') \perp (OB')$, donc $(AA') \mathbin{/\!/} (BB')$<br>2) a) Dans le triangle $OBB'$, on a : $A \in (OB)$ , $A' \in (OB')$ et $(AA') \mathbin{/\!/} (BB')$<br>donc $\frac{OA'}{OB'} = \frac{OA}{OB}$<br>b) Puisque $\frac{OA'}{OB'} = \frac{OA}{OB}$ alors $OA' \times OB = OA \times OB'$<br>donc : $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}$<br>3) Dans le triangle $OCC'$ on a : $A \in (OC)$ ; $A' \in (OC')$ et $(AA') \mathbin{/\!/} (CC')$<br>donc : $\frac{OA'}{OC'} = \frac{OA}{OC}$ , d'où : $\frac{OA'}{OA} = \frac{OC'}{OC}$ |

## Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 4:**

a) Si $\cos 30° = \frac{AB}{5}$ alors :

$AB = 5\cos 30°$

b) Si $\cos 30° = \frac{3}{EF}$ alors: $EF = \frac{3}{\cos 30°}$

**Exercice 5:**

a) $\cos A\widehat{B}C = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6$

b) $\cos A\widehat{B}C = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{4} = 0,25$

c) $\cos A\widehat{B}C = \frac{AB}{BC} = \frac{0,8}{4} = 0,2$

2) Mettre la calculatrice en mode degré :

a) On tape tans l'ordre [Shift] [cos] [0] [•] [6]

On obtient : $A\widehat{B}C = 53,1°$

b) $\cos A\widehat{B}C = 0,25$

donc : $A\widehat{B}C \simeq 75,5$

c) $\cos A\widehat{B}C = 0,2$ donc : $A\widehat{B}C \simeq 78,5$

**Exercice 7:**

a) $\cos M\widehat{Q}N = \frac{MQ}{NQ}$

b) $\cos M\widehat{N}Q = \frac{NM}{NQ}$

c) $\cos M\widehat{R}N = \frac{RM}{RN}$

d) $\cos M\widehat{P}R = \frac{MP}{PR}$

e) $\cos M\widehat{R}I = \frac{MR}{RN}$

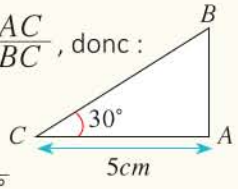
**Exercice 8:**

1) Figure

2) On a : $\cos 30° = \frac{AC}{BC}$, donc :

$BC = \frac{AC}{\cos 30°}$

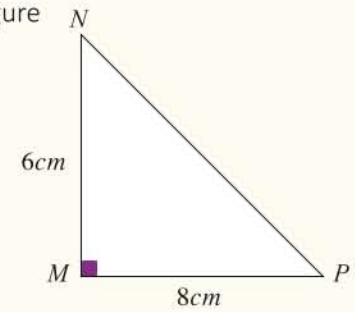
D'où : $BC = \frac{5}{\cos 30°}$




Par conséquent : $BC \simeq 5,77cm$

**Exercice 9:**

1) Figure




2) On a : $NP^2 = MN^2 + MP^2$

$= 64 + 36 = 100$

Donc : $NP = \sqrt{100} = 10$

3) a) $\cos M\widehat{N}P = \frac{MN}{NP} = \frac{6}{10} = 0,6$

b) $\cos M\widehat{N}P = 0,6$ à l'aide de la calculatrice on trouve $MNP \simeq 53,13°$

**Exercice 11:**

On a : $\frac{MP}{PN} = \cos 70°$ donc :

$MP = PN \times \cos 70° = 5 \times \cos 70°$

D'où : $MP \simeq 1,71cm$

**Exercice 14:**

1) a) $\cos M\widehat{P}Q = \frac{PQ}{PM} = \frac{18}{19,5} = \frac{180}{195} = \frac{12}{13}$

b) $M\widehat{P}Q \simeq 22,61$

**Exercice 15:**

1) Il suffit de construire un triangle rectangle en $A$ tel que : $BA = 1$ et $BC = 4$

donc : $ABC$ est un triangle inscrit dans le cercle de diamètre $[BC]$

- On construit un segment $[BC]$ tel que : $BC = 4$, puis le cercle de diamètre $[BC]$

- On place un point $A$ sur le cercle tel que : $BA = 1cm$ (il y a deux points $A_1$ et $A_2$)

Voir figure 1

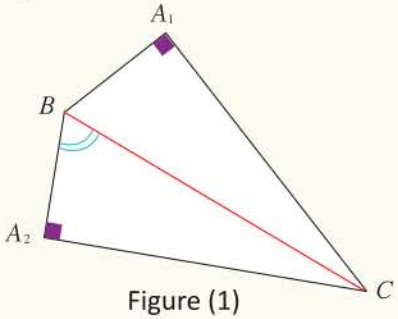



Figure (1)

$\cos A_1\widehat{B}C = \cos A_2\widehat{B}C$

2) Il suffit de construire un triangle rectangle en $M$ tel que :

$PN = 6$ et $NM = 4$

- Voir figure 2

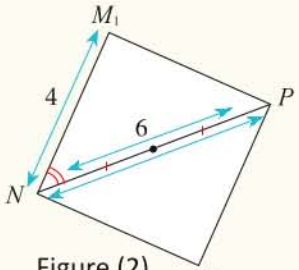



Figure (2)

$\cos M_1\widehat{N}P = \cos M_2\widehat{N}P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

**Exercice 16:**

1) $\cos A\widehat{C}B = \frac{BC}{AC}$

et $AC^2 = AB^2 + BC^2$

D'où : $BC = \sqrt{144} = 12$

Par conséquent : $\cos A\widehat{C}B = \frac{12}{13}$

2) On a : $\cos A\widehat{C}B = \frac{12}{13}$ donc :

$A\widehat{C}B \simeq 22,6°$

**Exercice 17:**

1) On construit le segment $[EF]$ tel que : $EF = 4cm$

- On trace la droite $(d)$ passant par $E$ est perpendiculaire à $(EF)$.

- On trace la demi-droite $[FP)$ telle que $E\widehat{F}P = 58°$ et $[FP)$ coupe $(d)$ en un point. Ce point d'intersection est $G$.

2) On a : $\cos 58° = \frac{EF}{FG}$

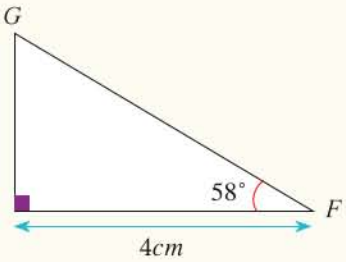
Donc : $FG = \frac{EF}{\cos 58°}$, d'où:

$FG \simeq 7,54cm$

et $EG^2 = FG^2 - EF^2$ d'où :

$EG^2 \simeq 40,85$ ainsi:

$EG = \sqrt{40,85} \simeq 6,39$




**Exercice 19:**

1) On a :

$\cos A\widehat{C}B = \frac{AC}{CB} = \frac{3,9}{6,5} = \frac{39}{65} = \frac{3}{5} = 0,6$

Donc : $A\widehat{C}B \simeq 53,10°$ (à l'aide de la calculatrice)

2) On a : $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 27,04$

donc: $AB = 5,2cm$

Donc : $\cos A\widehat{B}C = \frac{AB}{BC} = \frac{5,2}{6,5} = 0,8$

**Exercice 20:**

On a : $\cos x = \cos A\widehat{C}B = \frac{AC}{BC}$

et $\cos y = \cos C\widehat{B}D = \frac{BD}{BC}$

Donc : $\frac{\cos x}{\cos y} = \frac{AC}{BC} \times \frac{BC}{BD} = \frac{AC}{BD}$

**Exercice 23:**

• Dans le triangle $AHC$, on a :

$$\cos H\widehat{C}A = \frac{HC}{AC} = \frac{3,5}{7} = 0,5$$

Donc : $H\widehat{C}A = 60°$

• Dans le triangle $ABH$, on a :

$$\cos H\widehat{B}A = \frac{HB}{AB} = \frac{5}{8} = 0,6$$

Donc : $H\widehat{B}A \simeq 53,1°$

D'où : $C\widehat{B}A \simeq 53,1°$ et $B\widehat{C}A = 60°$

Par conséquent :

$$B\widehat{A}C \simeq 180 - (60 + 53,1)$$

C'est-à-dire : $B\widehat{A}C \simeq 66,90°$

**Exercice 26:**

1) On a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3,2^2 + 2,4^2 = 16$$

2) On a : $\cos A\widehat{C}B = \frac{AC}{BC} = \frac{2,4}{4} = 0,6$

3) Dans le triangle $ABC$, on a :

$$\cos A\widehat{B}C = \frac{AB}{BC} = \frac{3,2}{4} = 0,8$$

• On a : $\cos A\widehat{B}C = \cos A\widehat{B}H = \frac{BH}{AB}$

Donc :

$$BH = AB \times \cos A\widehat{B}C = 3,2 \times 0,8 \simeq 2,6$$

4) **Méthode 1 :**

On a : $\cos B\widehat{A}H = \frac{AH}{AB}$ et

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 3,2^2 - 2,6^2 \simeq 3,5$$

Donc : $AH = \sqrt{3,5} \simeq 1,9$

D'où : $\cos B\widehat{A}H = \frac{1,9}{3,2} \simeq 0,6$

Méthode 2:

On a : $\cos A\widehat{B}C \simeq 0,8$ donc :

$A\widehat{B}C = A\widehat{B}H \simeq 36,8°$

et $B\widehat{A}H + A\widehat{B}H = 90°$

D'où : $B\widehat{A}H = 90 - 36,8 = 53,2°$

Ainsi: $\cos B\widehat{A}H = \cos 53,2° \simeq 0,6$

**Exercice 31:**

1) • On a : $A\widehat{D}C + D\widehat{A}C = 90°$ et

$B\widehat{A}C + D\widehat{A}C = 90°$

Donc : $B\widehat{A}C + D\widehat{A}C = B\widehat{A}C + D\widehat{A}C$

D'où : $A\widehat{D}C = B\widehat{A}C$

• On a : $A\widehat{B}C + B\widehat{A}C = 90°$ et

$B\widehat{A}C + D\widehat{A}C = 90°$

Donc : $A\widehat{B}C + B\widehat{A}C = B\widehat{A}C + D\widehat{A}C$

D'où : $A\widehat{B}C = D\widehat{A}C$

2) $\cos B\widehat{A}C = \cos A\widehat{D}C = \frac{DC}{AD} = \frac{6,4}{8} = 0,8$

3) On a :

$$AC^2 = AD^2 - DC^2 = 8^2 - 6,4^2 = 23,08$$

Donc : $AC = \sqrt{23,08} = 4,8$

4) On a : $\cos B\widehat{A}C = \frac{AC}{AB}$

et $\cos B\widehat{A}C = \cos A\widehat{D}C = \frac{DC}{AD}$

Donc : $\frac{AC}{AB} = \frac{DC}{AD}$

Par conséquent :

$$AB = \frac{AD}{DC} \times AC = \frac{8}{6,4} \times 4,8 = 6$$

14 Chapitre

# VECTEURS ET TRANSLATION

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Savoir construire l'image d'un point par une translation donnée;<br>• Connaître un vecteur;<br>• Savoir lier l'égalité de deux vecteurs à un parallélogramme;<br>• Savoir construire le vecteur somme de deux ou plusieurs vecteurs;<br>• Connaître la relation de Chasles;<br>• Utiliser les vecteurs et les translations pour résoudre des problèmes. |
| **Pré-requis** | • Symétrie centrale;<br>• Symétrie axiale;<br>• Parallélogramme et ses propriétés; |
| **Contenu** | • Notion de vecteur;<br>• Égalité de deux vecteurs;<br>• Somme de deux vecteurs;<br>• Opposé d'un vecteur- Notation $n\overrightarrow{AB}$ ;<br>• Translation;<br>• Construction de l'image d'un point par une translation. |
| **Prolongement** | Dans d'autres chapitres de ce niveau:<br>• Activités géométriques et/ou algébriques;<br>• Géométrie dans l'espace;<br>Dans les niveaux supérieurs:<br>• Géométrie plan et dans l'espace;<br>• Théorème de Thalès;<br>• Transformations;<br>• Homothéties;<br>• Géométrie vectorielle;<br>Dans d'autres disciplines:<br>• Physique;<br>• Technologie; |

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciels. |
| **Plan de leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Notion de translation<br>• **Activité 2:** Notion de vecteur |
| | **Cours**<br>• Notion de vecteur;<br>• Égalité de deux vecteurs;<br>• Somme de deux vecteurs;<br>• Opposé d'un vecteur- Notation $n\overrightarrow{AB}$ ;<br>• Translation<br>• Construction de l'image d'un point par une translation. |
| | **Pour comprendre**<br>• Égalité de deux vecteurs;<br>• Somme de deux vecteurs;<br>• Réduction d'une somme de vecteurs- Relation de Chasles;<br>• Opposé d'un vecteur- Notation $n\overrightarrow{AB}$ ;<br>• Construction de l'image d'un point par une translation . |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

**• Côté historique et/ ou culturel**

François Viète
(1540 ; 1603)

François Viète juriste de profession est considéré comme l'un des plus grands mathématiciens de son temps.

Il publie un ouvrage en 1591 intitulé «Logistique précieuse» qui sera une considérable avancée en algèbre (le calcul littéral).

Les symboles d'opération comme +;- sont officialisés, la multiplication par 2 est notée bis,

Il utilise les accolades pour les parenthèses et in pour noter $x$ .

**• Côté pédagogique**

- Le concept du vecteur est institutionnalisé à partir de sa directeur, son sens et sa longueur , et ce, à partir des pré-requis des élèves sur leurs premières représentations de la translation rencontrées au cycle primaire.

Ces représentation doivent être consolidées et transcendés vers la définition d'un vecteur.

- Donner une définition du parallélogramme et déduire ses propriétés à l'aide des vecteurs est demandé tout en faisant le lien avec ses pré-requis (les diagonales se coupent en leur milieu, les côtés opposés dans un parallélogramme sont de même longueur), aussi on doit insister sur la relation entre la somme de deux vecteurs et le parallélogramme.

- Multiplier un vecteur par un nombre quelconque est considéré hors programme, par ailleurs, l'élève doit connaître et utiliser la notation $n\overrightarrow{AB}$ où $n$ est un entier naturel supérieur ou égal à 2 en tant que simplification de la somme: $\underbrace{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+.....+\overrightarrow{AB}}_{n\ fois}$

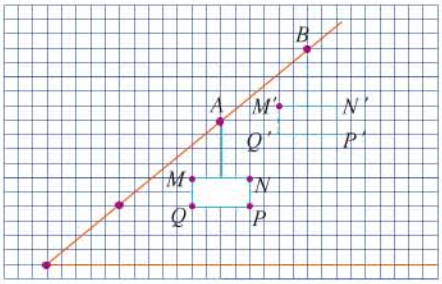
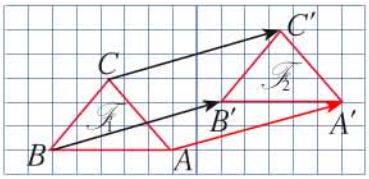
## Partie 2: Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et /ou des questions orales au besoin et en visionnant la vidéo (voir QR) de l'activité 1.

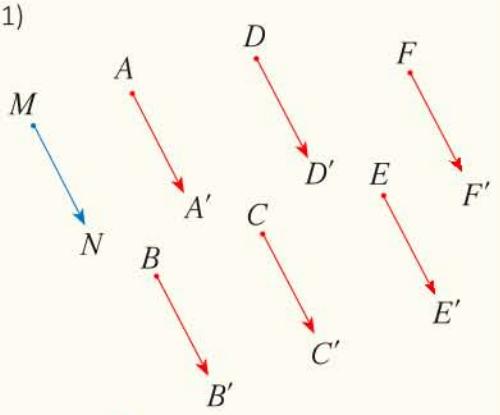
• **Traitement:**

| **Activité 1 :** Notion de translation | |
|---|---|
| Objectif | Présenter la notion de translation, en s'inspirant d'une situation de la vie courante. Un déplacement dans une direction donnée, dans un sens donné et d'une distance donnée) |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1)   2) Le quadrilatère $ABM'M$ est un parallélogramlme |
| **Activité 2 :** Notion de vecteur | |
| Objectif | Présenter un vecteur et ses caractéristiques |
| Type de travail | Individuel (Visionner aussi la vidéo, voir QR) |
| Solution proposée | 1)   2) a) Les quadrilatères $AA'C'C$ et $ABB'A'$ sont des parallélogrammes.<br>b) On a : $B'$ est l'image de $B$ par la translation qui transforme $A$ en $A'$ donc : $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'}$<br>c)- Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{C'A'}$ ont la même direction<br>- Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{C'A'}$ n'ont pas le même sens.<br>- Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{C'A'}$ ont la même longueur |

## **Partie 3:** Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 1:**

1)




**Exercice 2:**

Les vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$ sont $\overrightarrow{EE'}$ et $\overrightarrow{GG'}$

**Exercice 4:**

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{JK} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FG}$

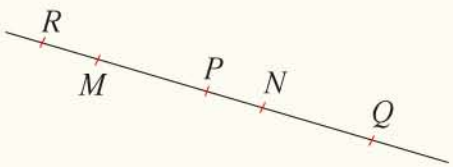
$\overrightarrow{FK} = \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{EJ}$

$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{FH} = \overrightarrow{HI}$

$\overrightarrow{IE} = \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{KG} = \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{JF}$

$\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{ID}$

**Exercice 6:**




**Exercice 8:**

a) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$

b) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD}$

c) $\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EM} = \overrightarrow{MM} = \vec{O}$

d) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BN}$

e) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$

f) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA}$

**Exercice 9:**

1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

2) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

3) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$

4) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD} = \vec{0}$

**Exercice 14:**

a) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DE}$

b) $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC}$

c) $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CF}$

d) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA}$

**Exercice 16:**

a)

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

b)

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$

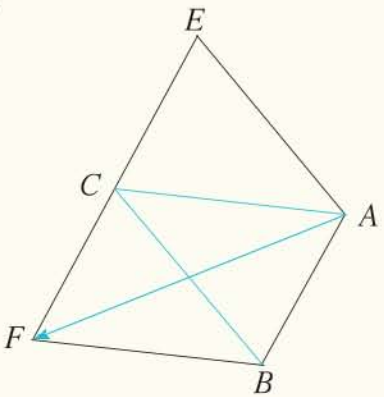
c)

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

**Exercice 21:**

1) 2)




3) On a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC}$ (1)

Puisque $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ alors $ABFC$

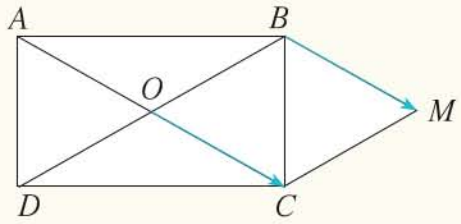
est un parallélogramme donc : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CF}$ (2)

De (1) et (2) on déduit que : $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CF}$

D'où $C$ est le milieu du segment $[EF]$

**Exercice 22:**

1)




2) $M$ est l'image de $B$ par la translation qui transforme $O$ en $C$ donc : $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BM}$ d'où le quadrilatère $OBMC$ est un parallélogramme, puisque $ABCD$ est un rectangle alors $AC = BD$, donc : $OB = OC$

Par suite $OBMC$ est un losange

**Exercice 23:**

a) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FM} = \overrightarrow{EM}$ ;

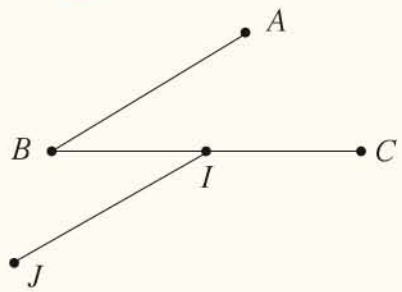
b) $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{KP} = \overrightarrow{KA}$ ;

c) $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{EL} = \overrightarrow{HL}$ ;

d) $\overrightarrow{NH} + \overrightarrow{KN} = \overrightarrow{KH}$

**Exercice 26:**

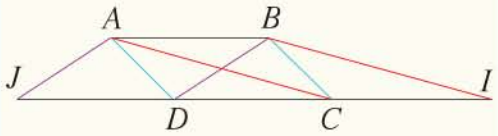
1)




$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC}$$
$$= 2\overrightarrow{AI} + \underbrace{\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}}_{\vec{0}}$$
$$= 2\overrightarrow{AI}$$

2) $J$ est l'image de $I$ par la translation qui transforme $A$ en $B$, donc: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IJ}$, d'où $ABJI$ est un parallélogramme.

**Exercice 27:**




• $I$ est l'image de $B$ par la translation qui transforme $A$ en $C$, donc $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AC}$, d'où $ABIC$ est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CI}$

• $J$ est l'image de $A$ par la translation qui transforme $B$ en $D$,

donc $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{BD}$, d'où $ABDJ$ est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{JD}$

On a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CI}$

et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{JD}$

Donc : $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{JD}$

c'est-à-dire $D$ est le milieu du segment $[JC]$ et $C$ est le milieu du segment $[DI]$

D'où les points $J$, $D$, $C$ et $I$ sont alignés.

15 Chapitre

# PROPORTIONNALITÉ - FONCTIONS LINÉAIRES

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Compléter un tableau de proportionnalité, en utilisant une quatrième proportionnelle ou un coefficient de proportionnalité ;<br>• Utiliser la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement des points avec l'origine ;<br>• Connaître des applications de la proportionnalité (vitesse moyenne, pourcentage) et les relier aux applications linéaires ;<br>• Utiliser et explorer la représentation graphique d'une fonction linéaire.<br>• Résoudre des problèmes où intervient la proportionnalité et /ou la fonction linéaire. |
| **Pré-requis** | • Connaissane d'un tableau de proportionnalité;<br>• Utilisation de la proportionnalité pour compléter un tableau de proportionnalité;<br>• Calcul des distances connaissant une échelle ;<br>• Détermination de la quatrième proportionnelle;<br>• Coordonnées d'un point. |
| **Contenu** | • Proportionnalité- Grandeurs proportionnelles;<br>• Fonctions linéaires;<br>• Représentation graphique d'une fonction linéaire;<br>• Vitesse;<br>• Pourcentage et fonction linéaire. |
| **Prolongement** | Dans le même niveau:<br>• Statistiques;<br>• Géométrie dans l'espace;<br>Dans les niveaux supérieurs:<br>• Fonctions affines;<br>• Fonctions numériques;<br>• Activités géométriques et/ou algébriques;<br>Dans d'autres disciplines:<br>• En Physique, en chimie<br>• En économie<br>• Histoire et géographie<br>• SVT |

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Équerre;<br>• Règle;<br>• logiciels. |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Fonction linéaire<br>• **Activité 2:** Proportionnalité et fontion linéaire<br>• **Activité 3:** Pourcentage |
| | **Cours**<br>• Proportionnalité- Grandeurs proportionnelles;<br>• Fonctions linéaires;<br>• Représentation graphique d'une fonction linéaire;<br>• Vitesse moyenne;<br>• Pourcentage et fonction linéaire. |
| | **Pour comprendre**<br>• Fonction linéaire;<br>• Représentation graphique d'une fonction linéaire. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3<br>• Exercice résolu 4<br>• Exercice résolu 5 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

**• Côté historique et / ou culturel**

Unités de température

Dans plusieurs pays, on utilise le degré Celsius comme unité de température. Dans les pays anglo-saxons, on utilise le degré Fahrenheit. Voici la formule qui lie ces deux unités de température : $F = 1,8C + 32$ où $F$ est la température en degré Fahrenheit et $C$ la température en degré Celsius.

Anders Celsius (1701-1744)

Anders Celsius (1701-1744) est un astronome physicien suédois qui inventa en 1742 un thermomètre à mercure basé sur une échelle centésimale des températures et dont le 0 marque le point d'ébullition et 100 le point de congélation de l'eau.

C'est plus tard que cette échelle fut inversée!

**• Côté pétagogique:**

- La proportionnalité joue un rôle essentiels dans les mathématiques et dans d'autres matières (Physique, chimie, sciences de la vie et de la terre, géographie, ...) lorsque on veut exprimer sur la nature de la relation entre plusieurs nombres ou données.

Pour présenter cette notion, on utilise des exemples concrets et diversifiés, et parmi ceux-ci, on cite:

L'échelle d'un plan, pourcentage, vitesse moyenne, ....

Il est préférable pour les activités d'introduction , d'utiliser des tableaux statistiques ou des représentations graphiques pour déterminer le coefficient de proportionnalité.

## **Partie 2:** Gestion des activités

- **Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ ou des questions orales au besoin

- L'utilisation de la calculatrice est sollicitée

- **Traitement:**

<table>
<tr><th colspan="2">Activité 1 : Fonction linéaire</th></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Présenter une fonction linéaire à partir d'une situation de proportionnalité.</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel- visionner la vidéo</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1)<br><table><tr><td>Points de la droite $(d)$</td><td>0</td><td>$A$</td><td>$B$</td><td>$C$</td><td>$D$</td></tr><tr><td>Abscisse</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>$-2$</td><td>6</td></tr><tr><td>Ordonnée</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>$-1$</td><td>3</td></tr></table>2) a) Le tableau précédant est un tableau de proportionnalité de coefficient $\frac{1}{2}$ ( Pour passer des nombres de la 2ème ligne à ceux de la 3ème ligne, on multiplie par le coefficient $\frac{1}{2}$<br>b) On a : $\frac{y_A}{x_A}=\frac{1}{2}$ ; $\frac{y_B}{x_B}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ ; $\frac{y_C}{x_C}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$ et $\frac{y_D}{x_D}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$<br>Donc : $\frac{y_A}{x_A}=\frac{y_B}{x_B}=\frac{y_C}{x_C}=\frac{y_D}{x_D}$<br>3) La droite $(d)$ est une représentation graphique d'une situation de proportionnalité de coefficient $\frac{1}{2}$ et puisque le point $M$ d'abscisse $x$ et d'ordonnée $y$ appartient à $(d)$<br>alors : $\frac{y}{x}=\frac{1}{2}$ donc : $y=\frac{1}{2}x$</td></tr>
<tr><th colspan="2">Activité 2 : Proportionnalité et fontion linéaire</th></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Passer d'une fonction linéaire à une situation de proportionnalité et réciproquement</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel- visionner la vidéo</td></tr>
</table>

**Solution proposée**

1) Le quadrilatère $ADMN$ est un rectangle de largeur $DM = x$ et de longueur $AD = \frac{3}{2}$

Donc son aire : $f(x) = AD \times DM = \frac{3}{2}x$

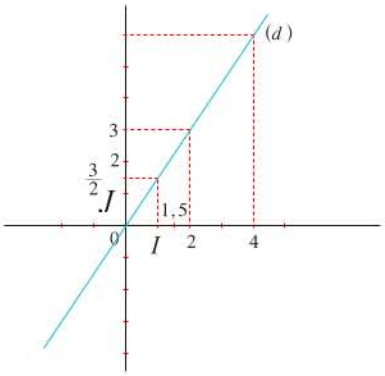
2) a)

| $x$ | 1 | 1,5 | 2 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{9}{4}$ | 3 | 6 |

b) On a : $\frac{\frac{3}{2}}{1} = \frac{\frac{9}{4}}{1,5} = \frac{3}{2} = \frac{6}{2}$

Donc : $\frac{3}{2}$ est un coefficient de proportionnalité de ce tableau

3)




## Activité 3 : Pourcentage

**Objectif** : Utiliser la proportionnalité pour résoudre une situation problème

**Type de travail** : Individuel

**Solution proposée**

1) Le montant $R$ de la réduction est: $R = \frac{20}{100} \times 200 = 40dh$

| 200 | 100% |
|---|---|
| $R$ | 20% |

2) Le prix $P$ avant la réduction vérifie :

$150 = \frac{80}{100}P$ c'est-à-dire : $150 = \frac{4}{5}P$

(car $P_r = P - \frac{20}{100}P = \frac{80}{100}P$ )

Donc : $P = \frac{150 \times 5}{4} = 187,50dh$

On peut aussi utiliser la proportionnalité:

| $P_{Initiale}$ | 100% |
|---|---|
| $P_{Final}$ | 80% |

Remarque : On a payé que $80\%$ du prix, $(100 - 20 = 80)$

## Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 2:**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $-5$ | $-3$ | 15 | 0 | $-\frac{2}{3}$ |
| $-1$ | $-\frac{3}{5}$ | 3 | 0 | $-\frac{2}{15}$ |

**Exercice 4:**

a) $a=\frac{f(2)}{2}=\frac{-4}{2}=-2$

b) $a=\frac{g(12)}{12}=\frac{-5}{12}$

c) $a=\frac{h\left(\frac{2}{3}\right)}{\frac{2}{3}}=\frac{\frac{7}{5}}{\frac{2}{3}}=\frac{7}{5}\times\frac{3}{2}=\frac{21}{10}$

**Exercice 5:**

- Pour la fonction linéaire $f$, on a :

$a=\frac{f(3)}{3}=\frac{15}{3}=5$

- Pour la fonction linéaire $g$, on a :

$a=\frac{g(-5)}{-5}=\frac{15}{-5}=-3$

- Pour la fonction linéaire $h$, on a :

$a=\frac{h(1)}{1}=\frac{15}{1}=15$

b) $f(x)=5x$ ; $g(x)=-3x$

et $h(x)=15x$

| | | |
|---|---|---|
| $f\left(\frac{6}{5}\right)=6$ | $g\left(\frac{6}{5}\right)=-\frac{18}{5}$ | $h\left(\frac{6}{5}\right)=18$ |
| $f(6)=30$ | $g(-10)=30$ | $h(2)=30$ |
| $f(1)=5$ | $g\left(-\frac{2}{3}\right)=2$ | $h\left(-\frac{4}{45}\right)=-\frac{4}{3}$ |

**Exercice 8:**

$h$ est une fonction linéaire de coefficient $a$ tel que: $a=\frac{h(1)}{1}=\frac{3}{1}=3$

Donc : $h(x)=3x$

D'où : $h\left(\frac{1}{3}\right)=3\times\frac{1}{3}=1$

et $h\left(-\frac{4}{5}\right)=3\times\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{12}{5}$

**Exercice 10:**

Calculons :

a) $500\times\frac{30}{100}=150$

b) $240\times\frac{0,7}{100}=1,68$

c) $350\times\frac{140}{100}=490$

d) $\frac{40}{7}\times\frac{15}{100}=\frac{6}{7}$

**Exercice 11:**

| | |
|---|---|
| 28 | 100% |
| 2 | $x\%$ |

$x=\frac{2\times100}{28}\simeq7,14$

Donc environ $7,14\%$ qui ont voté blanc

**Exercice 13:**

$\frac{x}{7}=\frac{10}{3}$ donc $3x=70$

D'où : $x=\frac{70}{3}$. Environ $23,3dh$

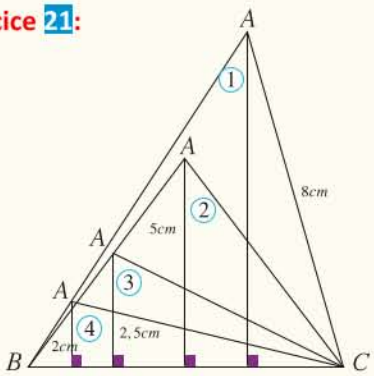
**Exercice 18:**

$d=v\times t=11000\times12=132000$

Donc la distance parcourue est $132000km$

**Exercice 21:**

2) a)




- L'aire du triangle (1) :

$\mathscr{A}_1=\frac{B\times h}{2}=\frac{6\times8}{2}=24cm^2$

- L'aire du triangle (2) :

$\mathscr{A}_2 = \dfrac{B \times h}{2} = \dfrac{6 \times 5}{2} = 15cm^2$

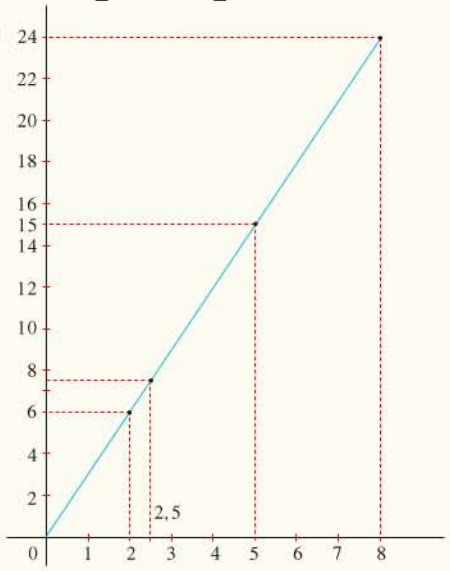
- L'aire du triangle (3) :

$\mathscr{A}_3 = \dfrac{B \times h}{2} = \dfrac{6 \times 2,5}{2} = 7,5cm^2$

- L'aire du triangle (4) :

$\mathscr{A}_4 = \dfrac{B \times h}{2} = \dfrac{6 \times 2}{2} = 6cm^2$

b)




c) La hauteur et l'aire de chacun de ces triangles sont proportionnelles:

$\mathscr{A} = \dfrac{6}{2}h = 3h$

**Exercice 25:**

a)

| | | |
|---|---|---|
| $f(4) = 4$ | $f(1) = 1$ | $f(-2) = -2$ |
| $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}$ | $f(-3) = -3$ | $f\left(-\frac{5}{5}\right) = -\frac{5}{4}$ |

b) $f(1) = 1$

c) $a = \dfrac{f(1)}{1} = 1$. Donc : $f(x) = x$

**Exercice 28:**

On a : $d = V \times t$

| | $V$ | $d$ | $t$ |
|---|---|---|---|
| $a$ | $70km/h$ | $350km$ | $5h$ |
| $b$ | $9m/s$ | $450m$ | $50s$ |
| $c$ | $25m/s$ | $3000m$ | $2\,\text{min}$ |

**Exercice 29:**

1) On a : $\dfrac{10}{25} = \dfrac{2}{5}$

et $\dfrac{24}{60} = \dfrac{2 \times 12}{5 \times 12} = \dfrac{2}{5}$

Donc cette droite représente une fonction linéaire de coefficient $\dfrac{2}{5}$ et par conséquent, elle va passer par l'origine du repère.

2) $45 \longrightarrow \dfrac{2}{5} \times 45 = 18$

$x \longrightarrow \dfrac{2}{5} \times x = 15$

Donc : $x = \dfrac{15 \times 5}{2} = 37,5$

**Exercice 34:**

1) $25 \times 300 = 7500Dh$

2) a) $f(x) = 25x$

b) $f$ s'écrit sous la forme $x \longmapsto ax$ et $25$ est le coefficient de $f$

c) $f(x) = 3500$

Signifie que : $25x = 3500$

Signifie que : $x = \dfrac{3500}{25} = 140km$

**Exercice 35:**

1) a) Le triangle $ABC$ est rectangle en $A$, d'après le théorème de Pythagore; on a :

$BC^2 = AB + AC^2 = 16 + 9 = 25$

Donc : $BC = 5$

b) Dans le triangle $ABC$ rectangle en $A$ on a: $\cos A\widehat{B}C = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{4}{5}$

et $\cos A\widehat{B}C = \dfrac{BH}{BM}$ (dans le triangle $HBM$)

2) On a : $\cos A\widehat{B}C = \dfrac{BH}{BM} = \dfrac{4}{5}$

Donc : $BH = \dfrac{4}{5}BM$

Par suite $BH$ est l'image de $BM$ par la fonction linéaire de coefficient $\dfrac{4}{5}$.

16 Chapitre

# STATISTIQUES

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Savoir déterminer les effectifs cumulés, les fréquences et les fréquences cumulées à partir d'un tableau ou d'un graphique;<br>• Calculer la moyenne pondérée d'une série statistique;<br>• Représenter graphiquement une série statistique |
| **Pré-requis** | • Notions élémentaires: population, effectif, caractère, individu statistique et effectif total;<br>• Construction et lecture d'un graphique statistique (diagramme en bâtons, diagramme circulaire et semi- circulaire );<br>• Série statistique définie par des classes. |
| **Contenu** | • Effectif cumulé;<br>• Fréquence et fréquence cumulée;<br>• Moyenne pondérée. |
| **Prolongement** | Dans les niveaux supérieurs:<br>• Statistiques disciplines;<br>• Probabilités;<br>• Tests:<br>Dans d'aures disciplines:<br>• En SVT<br>• Économie<br>• Physique et Chimie<br>• Histoire et géographie. |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• Logiciels;<br>• Tableurs (excel...). |

| | |
|---|---|
| Plan de la leçon | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Effectif cumulé - Fréquence et fréquence cumulée<br>• **Activité 2:** Moyenne et moyenne pondérée |
| | **Cours**<br>• Effectif cumulé;<br>• Fréquence et fréquence cumulée;<br>• Moyenne pondérée. |
| | **Pour comprendre**<br>• Effectif cumulé- Fréquence- Fréquence cumulé- moyenne;<br>• Série statistique définie par des classes. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogique - Repères didactiques

**• Côté historique et / ou culturel**

L'héritage des Babyloniens

2000 ans avant J.-C. les Babyloniens utilisaient un système de numération sexagésimal (base 60).

Aujourd'hui encore, nous utilisons un tel système pour compter les heures, minutes et secondes.

**• Côté pétagogique:**

Cette leçon consiste à consolider les connaissances des élèves sur les statistiques, vue dans le niveau précédent ; et de l'enrichir en utilisant de nouvelles expressions telles que effectifs cumulés, fréquences cumulés, et de calculer un paramètre de position, à savoir la moyenne arithmétique tout en sachant qu'il existe d'autres types de moyennes.

Il est à noter que ce chapitre est une occasion d'utiliser les «TICE» , et de modéliser des situations concrètes, pour attirer l'attention des élèves et les motiver.

Il est clair que ce chapitre contribue à former des jeunes capables de comprendre les enjeux de la société en interprétant des graphiques, des schémas, en utilisant un vocabulaire adéquat

## **Partie 2:** Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- L'utilisation de la calculatrice et des tableurs sont sollicitées.

**• Traitement:**

**Activité 1 :** Effectif cumulé - Fréquence et fréquence cumulée

| | |
|---|---|
| Objectif | Définir les notions: Effectif cumulé, fréquence et fréquence cumulée. |
| Type de travail | Individuel (ou par petits groupes) |
| Solution proposée | 1) a) |

| Valeur (Nombre de livres lus) | 1 | 2 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| Effectif (Nombre d'élèves) | 2 | 2 | 1 | 3 |

b) Le nombre total d'élève de ce groupe est l'effectif total de cette série statistique : $2+2+1+3=8$

2) Le nombre d'élèves qui ont lu au plus 3 romans est : $2+2+1=5$

On dit que $5$ est l'effectif cumulé de la valeur 3.

3) Le nombre d'élèves qui ont lu 2 romans exactement est 2

- La proportion de cette catégorie est $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}=0,25$

Ce nombre est la fréquence de la valeur 2

4) a) La proportion d'élèves qui ont lu au plus 3 romans est : $\frac{5}{8}$

Ce nombre est la fréquence cumulée de la valeur 3

b)- La fréquence de 1 est : $\frac{2}{8}$

- La fréquence de 2 est $\frac{2}{8}$

- La fréquence de 3 est $\frac{1}{8}$

or : $\frac{2}{8}+\frac{2}{8}+\frac{1}{8}=\frac{2+2+1}{8}=\frac{5}{8}$

Donc : la somme des fréquences des valeurs 1, 2, et 3 est égale à la fréquence cumulée de la valeur 3.

| **Activité 2 :** Moyenne et moyenne pondérée | |
|---|---|
| Objectif | Définir la moyenne pondérée d'une série statistique |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) $m = \dfrac{5+5+1+3+5+2+5+2+2+1}{10}$<br>$= \dfrac{31}{10} = 3,1$<br>2) $m = \dfrac{5+5+1+3+5+2+5+2+2+1}{10}$<br>$= \dfrac{(1+1)+(2+2+2)+3+(5+5+5+5)}{10}$<br>$= \dfrac{(1\times 2)+(2\times 3)+(3\times 1)+(5\times 4)}{10}$ |

## Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 3:**

1) Calculons l'effectif de la valeur 2 ;

$66 + 175 + x + 49 = 450$ ,

donc $x = 160$

| Temps (h) | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| Effectif | 66 | 175 | 160 | 49 |
| Effectif cumulé | 66 | 241 | 401 | 450 |

2) Au plus un heure, veut dire: 1h ou moins d'une heurs; dans cet exercice, cela veut dire: 1h ou $\frac{1}{2}h$ le nombre de personnes qui regarde la télé 1h ou $\frac{1}{2}h$ est ; 241.

Le pourcentage de ces personnes est:

$\frac{241}{450} \times 100 = 53,56\%$

**Exercice 5:**

• La somme de toutes les fréquences est égale à 1, donc: $0,17 + 0,23 + 0,2 + x = 1$

D'où : $x = 0,4$

| Valeur | 103 | 107 | 120 | 199 |
|---|---|---|---|---|
| Fréquence | 0,17 | 0,23 | 0,2 | 0,4 |
| Fréquence cumulée | 0,17 | 0,4 | 0,6 | 1 |

**Exercice 6:**

• Pour la 1ère valeur, la fréquence est égale à la fréquence cumulée 0,3

• La somme de toutes les fréquences est égale à 1; donc: $0,3 + x + 0,2 + 0,15 + 0,18 + 0,1 = 1$

D'où: $x = 0,07$

| Valeur | -1 | 5 | 6 | 9 | 10 | 13 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence | 0,3 | 0,07 | 0,2 | 0,15 | 0,18 | 0,1 |
| Fréquence cumulée | 0,3 | 0,37 | 0,57 | 0,72 | 0,9 | 1 |

**Exercice 9:**

• La somme de tous les effectifs est l'effectif total: $20 + 18 + x + 16 = 80$

Donc: $x = 26$

• La moyenne pondéré de cette série statistique est:

$$m = \frac{(3,5 \times 20) + (4,7 \times 18) + (5,2 \times 26) + (6,3 \times 16)}{80}$$

$$= 4,8825$$

**Exercice 10:**

La moyenne d'Omar est:

$$m = \frac{(2 \times 13) + (3 \times 14) + (1 \times 17)}{2 + 3 + 1} \simeq 14,17$$

**Exercice 11:**

La moyenne de Karim est:

$$\frac{15 \times 2 + 16 \times 1 + 18 \times 4 + 12}{2 + 1 + 4 + 1} = 16,25$$

**Exercice 13:**

1) L'effectif total est la somme de tous les effectifs:

$3 + 15 + 12 + 8 + 2 + 3 + 2 = 45$

Ce nombre représente le nombre de familles sur les quelles on a fait l'étude.

2)

$$m = \frac{(0 \times 3) + (1 \times 15) + (2 \times 12) + (3 \times 8) + (4 \times 2) + (5 \times 3) + (6 \times 2)}{45} \simeq 2,18$$

3) La fréquence de la valeur 5 est: $\frac{3}{45} = \frac{1}{15}$

4) L'effectif cumulé de la valeur 3 est:

$3+15+12+8=38$

5) Le pourcentage de famille ayant au plus deux enfants est: $\frac{30}{45}\times 100 \simeq 66,67$

6) Le pourcentage de familles ayant au moins quatre enfants est:

$\frac{(2+3+2)}{45}\times 100 \simeq 15,56\%$

**Exercice 16:**

Le centre de la classe: $a \leq t < b$ est: $\frac{b-a}{2}$

| Classe | $0 \leq n < 5$ | $5 \leq n < 10$ |
|---|---|---|
| Effectif | 10 | 25 |
| Centre de la classe | 2,5 | 7,5 |

| Classe | $10 \leq n < 15$ | $15 \leq n < 20$ |
|---|---|---|
| Effectif | 36 | 29 |
| Centre de la classe | 12,5 | 17,5 |

2)

$m=\frac{(10\times 2,5)+(25\times 7,5)+(36\times 12,5)+(29\times 17,5)}{10+25+36+29}=11,7$

**Exercice 17:**

1)

| Valeur | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 20 | 30 | 50 | 40 | 10 |

2)

$m=\frac{(50\times 20)+(100\times 30)+(150\times 50)+(200\times 40)+(250\times 10)}{20+30+50+40+10}\simeq 146,67$

3) Les valeurs supérieur à la moyenne sont:

150 ; 200 et 250

Le nombre de ces valeurs est:

$50+40+10=100$

**Exercice 19:**

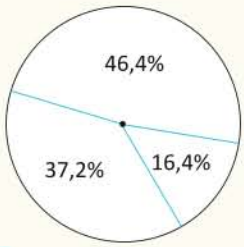
Diagramme circulaire

$100\% \longrightarrow 360°$

$46,4\% \longrightarrow 167,04°$

$37,2\% \longrightarrow 133,92°$

$16,4\% \longrightarrow 59,04°$




**Exercice 20:**

1) Le nombre total de matchs est:

$7+13+18+12+10+2+2=64$

2)

| Valeur | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 7 | 13 | 18 | 12 | 10 | 2 | 2 |
| Effectif cumulée | 7 | 20 | 38 | 50 | 60 | 62 | 64 |
| Fréquence | $\frac{7}{64}\simeq 0,11$ | $\frac{13}{64}=2,12$ | $\frac{9}{32}$ | $\frac{3}{16}$ | $\frac{5}{32}$ | $\frac{1}{32}$ | $\frac{1}{32}$ |
| Fréquence cumulée | $\frac{7}{64}$ | $\frac{5}{15}$ | $\frac{19}{32}$ | $\frac{25}{32}$ | $\frac{15}{32}$ | $\frac{31}{32}$ | 1 |
| Pourcentage | 10,94% | 20,3% | 28,12% | 18,75 | 15,6% | 3,12% | 3,18% |

3) Le nombre moyen de maths est

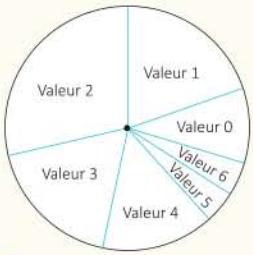
$m=\frac{(0\times 7)+(1\times 13)+(2\times 18)+(3\times 12)+(4\times 10)+(1\times 2)+(6\times 2)}{64}$

$=\frac{147}{64}\simeq 2,297$

4) Digramme circulaire

$N=64 \longrightarrow 360°$

| Valeur | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 7 | 13 | 18 | 12 | 10 | 2 | 2 |
| Mesure d'angle | 39,4° | 73,13° | 101,25° | 67,5° | 56,25° | 11,25 | 11,25° |




**Exercice 21:**

1) Le nombre total d'employés de cette entreprise est l'effectif total:

$70+54+36+20+15+5=200$

2) La fréquence de la classe $5 \leq S < 6$ est: $\frac{36}{200}=0,18$

3) Le nombre d'employés dont le salaire est supérieur ou égal à 7000dh est:

$15+5=20$

- Le pourcentage de cette catégorie est: $\frac{20}{200}\times 100=10\%$

4)

| Classe | $3 \leq S < 4$ | $4 \leq S < 5$ | $5 \leq S < 6$ | $6 \leq S < 7$ | $7 \leq S < 8$ | $8 \leq S < 9$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 70 | 54 | 36 | 20 | 15 | 5 |
| Effectif cumulé | 70 | 124 | 160 | 180 | 195 | 200 |
| Fréquence | $\frac{70}{200}=0,35$ | 0,27 | 0,18 | 0,1 | 0,075 | 0,025 |
| Fréquence cumulée | 0,35 | 0,62 | 0,80 | 0,9 | 0,975 | 1 |
| Centre des classes | 3,5 | 4,5 | 5,5 | 6,5 | 7,5 | 8,5 |

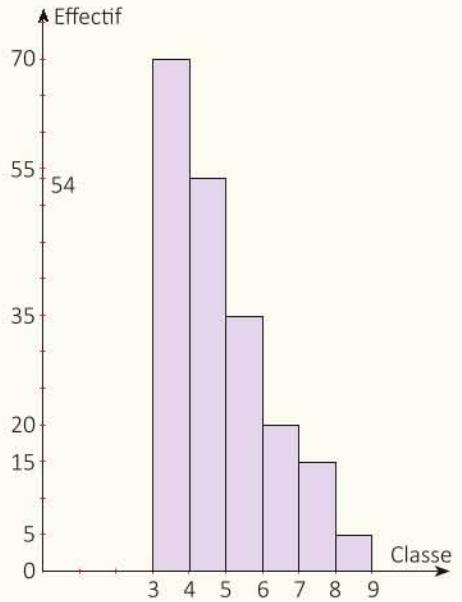
5) Le salaire moyen de cette entreprise est:

$$m=\frac{(3,5\times 70)+(4,5\times 54)+(5,5\times 36)+(6,5\times 20)+(7,5\times 15)+(8,5\times 5)}{200}$$

$$=\frac{971}{200}\simeq 4855\,DH$$

Donc $m=3997,5dh$

b) Histogramme des effectifs:




**Exercice 22:**

1) L'effectif total de cette série statistique est : 30 , c'est le dernier effectif cumulé (voir tableau)

2) • La fréquence cumulée relative à-4 est $\frac{8}{15}$ donc la fréquence de la valeur-10 est donnée par: $f+\frac{9}{30}=\frac{8}{15}$

Donc: $f=\frac{7}{30}$

• L'effectif de la valeur 15 ?

* La fréquence de valeur -10 est $\frac{7}{30}$ et $\frac{7}{30}=\frac{effectif\ \ du\ valeur\ \ (-10)}{30}$

Donc l'effectif de la valeur-10 est 7

Donc l'effectif de la valeur 15 est:

$30-(7+9+6)=8$

3) On peut ainsi compléter le tableau:

| Valeur | -10 | -4 |
|---|---|---|
| Effectif | 7 | 9 |
| Effectif cumulée | 7 | 16 |
| Fréquence | $\frac{7}{30}$ | $\frac{9}{30}=\frac{3}{10}$ |
| Fréquence cumulée | $\frac{7}{30}$ | $\frac{8}{15}$ |

| Valeur | 2 | 15 |
|---|---|---|
| Effectif | 6 | 8 |
| Effectif cumulée | 22 | 30 |
| Fréquence | $\frac{1}{5}$ | $\frac{4}{15}$ |
| Fréquence cumulée | $\frac{11}{15}$ | 1 |

**Exercice 23:**

1)

| Valeur | 2 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|
| Effectif | 3 | 5 | 2 |
| Effectif cumulée | 3 | 8 | 10 |
| Fréquence | $\frac{3}{26} \simeq 0,12$ | $\simeq 0,19$ | $\simeq 0,077$ |
| Fréquence cumulée | $\frac{3}{16} \simeq 10,12$ | $\simeq 0,3$ | $\simeq 0,38$ |

| Valeur | 8 | 10 | 12 |
|---|---|---|---|
| Effectif | 6 | 4 | 6 |
| Effectif cumulée | 16 | 20 | 26 |
| Fréquence | $\simeq 0,23$ | $\simeq 0,15$ | $\simeq 0,23$ |
| Fréquence cumulée | $\simeq 0,62$ | $\simeq 0,77$ | 1 |

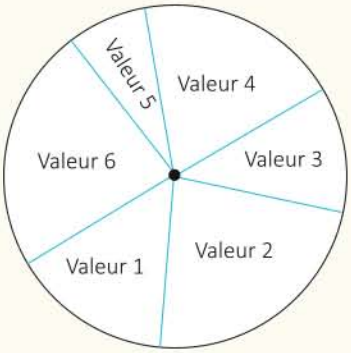
2) $m = \frac{2\times3+4\times5+6\times2+8\times6+10\times4+12\times6}{26}$

$= \frac{99}{13} \simeq 7,62$

3) Diagramme circulaire:

$N = 26 \rightarrow 360°$

| Valeur | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 3 | 5 | 2 | 6 | 4 | 6 |
| Mesure d'angle | 41,5 | 69,2 | 27,7 | 83,08 | 55,4 | 83,08 |




**Exercice 25:**

1) Le diagramme est semi-circulaire donc la somme des mesures de ses angles est 180°

$55 + x + 40 + 70 = 180$

Donc: $x = 15°$

Donc l'angle correspondant à l'effectif de la 2ème valeur est 15°

2)

| $N = 288$ | 180° |
|---|---|
| $n_1$ | 55° |

$n_1 = \frac{288 \times 55}{180} = 88$

| | 1ème valeur | 2ème valeur | 3ème valeur |
|---|---|---|---|
| Angles en degrés | 55 | 15 | 40 |
| Effectif | 88 | 24 | 64 |
| Effectif cumulée | 88 | 112 | 176 |
| Fréquence | $\frac{88}{288} \simeq 0,3$ | $\simeq 0,08$ | $\simeq 0,22$ |
| Fréquence cumulée | $\frac{88}{288} \simeq 0,03$ | $\simeq 0,39$ | $\simeq 0,61$ |

| | 4ème valeur | Total |
|---|---|---|
| Angles en degrés | 70 | 180 |
| Effectif | 112 | 288 |
| Effectif cumulée | 288 | |
| Fréquence | $\simeq 0,39$ | 1 |
| Fréquence cumulée | 1 | |

17 Chapitre

# PYRAMIDE ET CÔNE DE RÉVOLUTION

## Partie 1: Page de garde

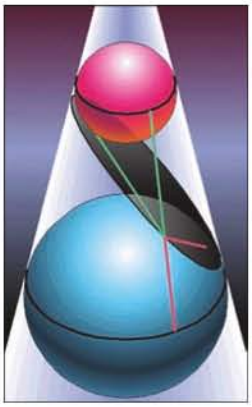
| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Connaître les faces, les arêtes et les sommets d'un solide;<br>• Savoir représenter une pyramide et un cône de révolution;<br>• Calculer l'aire latérale et l'aire totale d'une pyramide et d'un cône;<br>• Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution;<br>• Utiliser les propriétés de la géométrie plane pour calculer les longueurs, les aires et les volumes;<br>• Construire des patrons des solides (cône- pyramide). |
| **Pré-requis** | • Droite , demi- droite et segment;<br>• Rectangle, carré, cercle, trapèze, triangle;<br>• Parallélisme et orthogonalité dans le plan;<br>• Cube, parallélépipède rectangle, prisme droit et cylindre de révolution;<br>• Calcul des aires et des volumes. |
| **Contenu** | • Pyramide ;<br>• Aire latérale et volume d'une pyramide;<br>• Patron d'une pyramide;<br>• Cône de révolution;<br>• Aire latérale et volume d'un cône de révolution ;<br>• Patron d'un cône de révolution;<br>• Positions relatives des droites et plans dans l'espace. |
| **Prolongement** | Dans les niveaux supérieurs:<br>• Géométrie dans l'espace;<br>• Activités numériques et / ou géométriques;<br>Dans d'autres disciplines:<br>• PC- SVT;<br>• Architecture;<br>• Industrie... |

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• Logiciel. |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Pyramide<br>• **Activité 2:** Cône de révolution- Patron d'un cône de révolution |
| | **Cours**<br>• Pyramide;<br>• Cône de révolution;<br>• Positions relatives des droites et plans dans l'espace. |
| | **Pour comprendre**<br>• Pyramide;<br>- Aire latérale et volume d'une pyramide<br>- Patron d'une pyramide<br>• Calcul de volume;<br>• Cône de révolution;<br>- Aire latérale et volume d'un cône de révolution<br>- Patron d'un cône de révolution<br>• Volume et aire latérale d'un cône;<br>• Position de deux droites;<br>• Position relative d'une droite et d'un plan;<br>• Position relative de deux plans. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

- **Côté historique et / ou culturel**

**Géométrie**



La géométrie est à l'origine la partie des mathématiques qui étudie les figures du plan et de l'espace (géométrie euclidienne). Depuis la fin du XVIII$^{e}$ siècle, la géométrie étudie également les figures appartenant à d'autres types d'espaces (géométrie projective, géométrie non euclidienne, par exemple).

Depuis le début du XX$^{e}$ siècle, certaines méthodes d'étude de figures de ces espaces se sont transformées en branches autonomes des mathématiques : topologie, géométrie différentielle et géométrie algébrique, par exemple. Si l'on veut englober toutes ces acceptions, il est difficile de définir ce qu'est, aujourd'hui, la géométrie. C'est que l'unité des diverses branches de la « géométrie contemporaine » réside plus dans des origines historiques que dans une communauté de méthodes ou d'objets.

- **Côté pédagogique:**

L'élève a étudié la notion de géométrie dans l'espace, à travers des solides (cube ; parallélépipède rectangle, prisme droit, cylindre de révolution ) ; ainsi, l'objectif de ce chapitre est d'entretenir les acquis des élèves, et les enrichir par de nouvelles notions.

Ce chapitre est une occasion pour consolider l'approche scientifique qui permet à l'élève de décrire, argumenter, conjecturer et d'observer des solides dans l'espace.

Parmi les objectifs fondamentaux de ce chapitre, l'observation, la manipulation d'objets dans l'espace, le dessin de ces solides en perspective cavalière, et en même temps le calcul des aires et des volumes.

## Partie 2: Gestion des activités

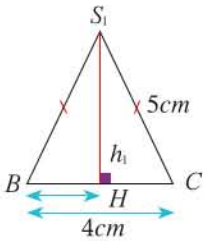
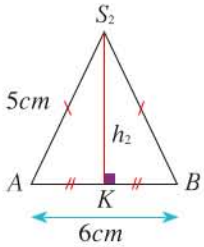
- **Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- L'utilisation de la calculatrice est sollicitée

- **Traitement:**

| **Activité 1 :** Pyramide | |
|---|---|
| Objectif | Définir une pyramide à partir d'un patron |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) Demander aux élèves de reproduire la figure, puis la découper suivant les pointillés. (on peut aussi faire des photocopies).<br>b) Toutes les autres faces de cette figure 2 (exepté ABCD) sont des triangles isocèles en $S$.<br>c) Le solide de la figure 2 admet 5 sommets et 8 arrêtes.<br>2) a) Soit $H$ le projeté orthogonal de $S_1$ sur $(BC)$, puisque le triangle $S_1BC$ est isocèle en $S$, alors $H$ est le milieu de $[BC]$,<br>donc $BH = \frac{1}{2}BC = \frac{4}{2} = 2cm$<br>  <br>- Dans le triangle $S_1BH$, rectangle en $H$ on a, d'après le théorème de Pythagore,<br>$S_1B^2 = BH^2 + h_1^2$<br>Donc : $h_1^2 = S_1B^2 - BH^2$<br>$= 5^2 - 2^2$<br>$= 21$<br>Donc : $h_1 = \sqrt{21}\,cm$<br>• Dans le triangle $ABS_2$,<br>  <br>Soit $K$ le projeté orthogonal de $S_2$ sur $(AB)$<br>Puisque le triangle $ABS_2$ est isocèle en $S_2$, alors $K$ est le milieu de $[AB]$<br>Donc : $AK = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2} = 3$<br>• Le triangle $AKS_2$ est rectangle en $K$, donc d'apèrs le théorème de Pythagore, $AS_2^2 = AK^2 + h_2^2$<br>Donc : $h_2^2 = AS_2^2 - AK^2$<br>$= 5^2 - 3^2$<br>$= 16$<br>D'où : $h_2 = \sqrt{16} = 4cm$<br>b) L'aire latérale $\mathcal{A}_L$ de cette pyramide est la somme des aires des triangles : $ABS$ ; $BCS$, $CDS$ et $ADS$ |

$$\mathcal{A}_L = 2 \times \mathcal{A}_{BCS} + 2 \times \mathcal{A}_{ABS}$$
$$= 2 \times \frac{BC \times h_1}{2} + 2 \times \frac{AB \times h_2}{2}$$
$$= BC \times h_1 + AB \times h_2$$
$$= 4\sqrt{21} + 6 \times 4$$
$$= 24 + 4\sqrt{21}\,cm^2$$
$$\simeq 42,33cm^2$$

**Activité 2 :** Cône de révolution

| | |
|---|---|
| Objectif | Définir un cône de révolution à partir de la rotation d'une plaque triangulaire. |
| Type de travail | Collectif (visionner la vidéo) |

**Solution proposée**

I) Voir vidéo

1) Au cours de la rotation de la plaque autour de l'axe $(OS)$, le point $A$ décrit le cercle de centre $O$ et de rayon $OA = 5cm$

2) Calculons $OS$

Dans le triangle $OSA$, rectangle en $O$, on a d'après le théorème de Pythagore : $AS^2 = OA^2 + OS^2$

Donc: $OS^2 = AS^2 - OA^2 = 8^2 - 5^2 = 39$

Donc : $OS = \sqrt{39}\,cm$

II)

1) Chaque élève doit reproduire la figure 2 en vraie grandeur

2) a)

| | | |
|---|---|---|
| Mesure de l'angle (en degré) | $360°$ | $225°$ |
| Longueur de l'arc (en cm) | $2\pi R$ | $\ell = \frac{2\pi R \times 225}{360} = 10\pi$ ; d'où: $R = 8cm$ |

b) $\ell = 2\pi r$

Donc : $r = \frac{\ell}{2\pi} = \frac{\frac{2\pi R \times 225}{360}}{2\pi}$

D'où : $r = \frac{2\pi R \times 225}{2\pi \times 360} = \frac{R \times 225}{360}$

$$r = \frac{8 \times 225}{360} = 5cm$$

Chaque élève doit donc tracer un cercle $(\mathscr{C})$ de rayon $5cm$.

3) a) Découpage à faire par les élèves.

b) Pliage et collage à faire par les élèves.

Le solide obteu est un cône de révolution.

## Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

**Exercice 1:**

| | Pyramide 1 | Pyramide 2 | Pyramide 3 |
|---|---|---|---|
| Base | $ABCD$ | $EFG$ | $ABCDE$ |
| Hauteur | $SD$ | $MG$ | $SH$ |
| Nombre de sommets | 5 | 4 | 6 |
| Nombre de faces latérales | 4 | 3 | 5 |

**Exercice 2:**

1) La hauteur de ce série est: $SH$

2) $H$ est le centre du disque de base et les points $A, B, C$ et $D$ appartiennent à la conférence du disque de base, donc: $HA = HB = HC = HD =$ rayon du cône.

3) a) $SA$ est une génératrice de ce cône

b) $SA = SB = SC = SD$

4) • Le triangle $HAB$ est isocèle en $H$ car $HA = HB = rayon$ du cône

• Le triangle $ADC$ est rectangle en $C$ car $[AD]$ est un diamètre du disque de base

• Le triangle $SHC$ est rectangle en $H$.

**Exercice 3:**

1) Cylindre de révolution

2) parallélipipède rectangle

3) Cône de révolution

4) Prisme à base triangulaire

5) Pyramide

6) Cylindre de révolution

7) Parallélépipède rectangle

8) Pyramide

9) Pyramide à base hexagonale

10) Parallélépipède rectangle

11) Prisme.

**Exercice 4:**

1) Pyramide à base carrée

2) Cylinde

3) Prisme à base triangulaire

4) Pyramide à base carrée

5) Cône de révolution

6) Cube

**Exercice 6:**

1) $V = DC \times CG \times GF$

$= 5 \times 3 \times 2$

$= 30cm^3$

2) $V = \pi r^2 h$

$= \pi \times 9 \times 5$

$= 45\pi cm^3$

$\simeq 141,3cm^3$

3) $V = \mathcal{B} \times h$

$= \frac{AB \times AG}{2} \times BE$

$= \frac{2 \times 1,5}{2} \times 1$

$= 1,5cm^3$

4) $V = \frac{1}{3}\mathcal{B} \times h$ ; $20mm = 2cm$

$= \frac{1}{3} \times \frac{BD \times DC}{2} \times AB = 50cm^3$

5) $V = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$

$= \frac{1}{3} \times (AB \times BC) \times SO$

$= \frac{1}{3} \times 4 \times 3 \times 8$

$= 32cm^3$

6) $V = \frac{1}{3}\mathcal{B} \times h$

$= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 9$

$= 27\pi cm^3$

$\simeq 84,78 cm^3$

**Exercice 7:**

a) $(AD)$ et $(ED)$ sont sécantes en $D$

b) $(AE)$ et $(CH)$ ne sont ni parallèles ni sécantes: elles sont non coplanaire.

c) La droite $(FH)$ coupe le plan $(EHD)$.

d) La droite $(GH)$ coupe le plan $(CDH)$ en $H$.

e) $(CF) // (DE)$ et $(DE)$ est incluse dans le plan $(ADH)$, donc $(CF)$ est parallèle au plan $(ADH)$

f) $(AEH) // (CBF)$

g) $(AEC)$ et $(ABC)$ se coupent suivant la droite $(AC)$.

h) La droite $(AF)$ coupe le plan $(DHE)$ au point $A$.

**Exercice 9:**

1) Le solide de la figure est un prisme

2) Les bases de ce solide sont: $GHIJF$ et $ABCDE$.

3) Les faces latérales de ce solide sont des rectangles (c'est un prisme)

4) La hauteur de ce prisme est: $AF$.

**Exercice 10:**

a) $(AB) // (IJ)$ (car $(AB) // (ED) // (IJ)$)

b) $(FH)$ et $(IJ)$ sont sécantes

c) $(AF) // (CH)$

d) $(ABG) // (IJE)$

e) $(FJI) // (BCD)$

f) Les plans $(AEF)$ et $(DIE)$ se coupent suivant la droite $(EJ)$.

g) La droite $(FH)$ coupe le plan $(CDI)$ au point $H$

h) $(BE) // (FGH)$

i) $(AD)$ et $(EJ)$ ne sont pas coplanaires (elles sont ni parallèles ni sécantes)

j) La droite $(AJ)$ coupe le plan $(EDI)$ en $J$.

**Exercice 13:**

$V = \frac{1}{3}\mathcal{B} \times h = \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$

* $r = 4cm$ et $V = 7cm$, donc:

$V = \frac{1}{3}\pi \times 16 \times 7 = \frac{112}{3}\pi \simeq 117,2 cm^3$

* $r = 3cm$ et $v = 21\pi cm^3$

Donc: $h = \frac{3V}{\pi . r^2} = \frac{3 \times 21\pi}{\pi \times 9} = 7cm$

* $h = 12cm$ et $V = 314cm^3$

Donc: $r^2 = \frac{3V}{\pi \times h} = \frac{3 \times 314}{\pi \times 12} \simeq 25$

Donc: $r \simeq 5cm$

**Exercice 15:**

| Solide | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Non du solide | Prisme droit | Pyramide | Prisme droit | Cylindre | Cône de révolution | Pyramide |
| Patron du solide | (a) | (c) | (g) | (f) | (b) | (e) |

**Exercice 16:**

1) Dans le triangle $EFG$ rectangle en $F$, on a d'après le théorème de Pythagore ;

$EG^2 = EF^2 + FG^2$

$= 16 + 16 = 32$

Donc: $EG = \sqrt{32}\, cm$

2) $\mathcal{A}_{EFG} = \frac{EF \times FG}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8cm^2$

3) $V_{BEGF} = \frac{1}{3} A_{EFG} \times h = \frac{1}{3} \times 8 \times 4 = \frac{32}{3} \simeq 10,67 cm^3$

4) a) $EG = EB = BG$ (diagonales des carrés de même côté 4cm)

Donc le triangle $EBG$ est équilatéral

5) $A_{EBG} = 13,86 cm^2$

$V_{FEBG} = \frac{1}{3} A_{EBG} \times FH$

Donc: $FH = \frac{3V_{FEBG}}{A_{BEG}} = \frac{3 \times 10,67}{13,86}$

D'où: $FH \simeq 2,3 cm$

**Exercice 18:**

1) Dans le triangle $AFC$ , $I$ est le milieu de $[AF]$ et $J$ est le milieu de $[FC]$

Donc, la propriété 1) Ch7 (Droite des milieux) $(IJ) // (AC)$

2) $IJ = \frac{1}{2} AC$ donc: $AC = 2IJ$ (propriété 2, droite des milieux)

3) • Le triangle $ABC$ est rectangle en $B$, donc d'après le théorème de Pythagore,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 32$

D'où: $AC = \sqrt{32}\, cm \simeq 5,66 cm$

• $IJ = \frac{1}{2} AC = 0,5\sqrt{32}\, cm \simeq 2,8 cm$

4) $V_{FABCD} = \frac{1}{3} \times A_{ABCD} \times BF$

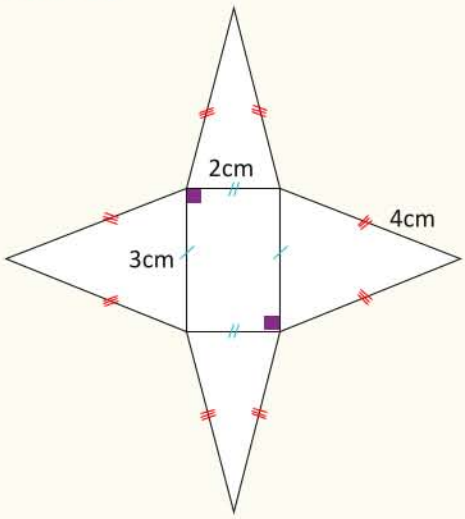
$= \frac{1}{3} \times (4 \times 4) \times 4$

$= \frac{64}{2} cm \simeq 21,33 cm$

**Exercice 19:**

Les patrons des tétraèdres parmi cas patrons sont: (2) ; (3) et (4)

**Exercice 20:**




**Exercice 21:**

1) a) $A_{ABCD} = AB^2$

Donc: $AB^2 = 50$ , d'où $\boxed{AB = \sqrt{50}\, cm}$

b) Dans le triangle $ABC$, rectangle en $B$, on a d'après le théorème de Pythagore:

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 50 + 50 = 100$ , donc :

$\boxed{AC = \sqrt{100} = 10 cm}$

2) Calculons $SH$

Dans le triangle $SBH$ rectangle en $H$, on a d'après le théorème de Pythagore,

$SB^2 = BH^2 + HS^2$, donc:

$HS^2 = SB^2 - BH^2$

Or $BH = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} AC = 5$

(car $AC = BD = 10$)

Donc: $HS = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 cm$

3) Calculons $V_{SABCD}$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} \times A_{ABCD} \times SH$$
$$= \frac{1}{3} \times 50 \times 12$$
$$= 200cm^3$$

**Exercice 22:**

1) $r = \frac{AB}{2}$

Le triangle $ABM$ est inscrit dans le cercle de diamètre $[AB]$, donc $ABM$ est rectangle en $M$,

d'où d'après le théorème de Pythagore,

$AB^2 = AM^2 + MB^2$

$AB^2 = 4^2 + 3^2 = 25$

D'où : $AB = \sqrt{25} = 5cm$

Le rayon de ce cercle est donc $r = \frac{5}{2} = 2,5cm$

2) • Calculons $OS$

Dans le triangle $AOS$ rectangle en 0, on a:

$AS^2 = OS^2 + OA^2$

Donc: $OS^2 = AS^2 - OA^2$

$= 6,5^2 - (2,5)^2 = 36$

D'où: $OS = \sqrt{36} = 6cm$

• Calculons le volume

$V = \frac{1}{3}\pi.r^2.h$

$= \frac{1}{3}\pi.(2,5)^2 \times 6$

$= 12,5\pi cm^3$

$\simeq 39,25cm^3$

3) L'aire latérale de ce cône est:

$A_L = \pi \times SA \times r = \pi \times 6,5 \times 2,5$

$= \pi \times 6,5 \times 2,5$

$= 16,25\pi cm^2$

$\simeq 51,025cm^2$

**Exercice 23:**

1) $A_L = \pi \times SA \times r$

$= \pi \times 6 \times 2$

$= 12\pi cm^2$

$\simeq 37,68cm^2$

2)

| Mesure d'angle | 360° | $\alpha$ |
|---|---|---|
| Aire | $\pi \times SA^2$ | $12\pi$ |

$\alpha = \frac{12\pi \times 360}{\pi \times SA^2} = 120°$

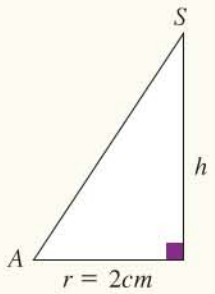
3) $AS^2 = h^2 + r^2$, donc:

$h^2 = AS^2 - r^2$

$= 36 - 4$

$= 32$

D'où: $h = \sqrt{32}\,cm \simeq 5,66cm$




4) $V = \frac{1}{3}.\pi.r^2.h$

$= \frac{1}{3}.\pi.4 \times \sqrt{32}$

$\simeq 23,68cm^3$

# *Références*

# Bibliographie

**Formation en didactique des sciences**


• Arca, M. et Caravita, S.(1993). Le constructivisme ne résout pas tous les problèmes. In. Aster n°16. Modèles pédagogiques. Paris: INRP.

• Arénilla, L. Gossot, B. Rolland, M-C. et Roussel, M-P. (2004). Dictionnaire de pédagogique. Paris: Bordas.

• Arsac, G. (1987). L'origine de la démonstration : essai d'épistémologie didactique. RDM vol. 8, N°3.

• Astolfi et al. (1978). Une pédagogique pour les sciences expérimentales, PUF.

• Astolfi, J-P. (Coordinateur). (1985). Procédures d'apprentissage en sciences expérimentales. Paris : INRP.

• Astolfi, J-P. Develay, M. (1989). La didactique des sciences. Paris : PUF.

• Astolfi, J-P. (1990). L'émergence de la didactique de la biologie, un itinéraire. In ASTER, n°11, informatique, regards didactiques. INRP.

• Astolfi, J-P. (1993). Placer les élèves en situation-problème. Probio-Revue, vol 16 n°4.

• Astolfi, J-P. Darot, E. Ginsburger-Vogel, Y. et Toussaint, J. (1997). Mots-clefs de la didactique des sciences. Repères, définitions, bibliographies. Collection pratiques pédagogiques. Paris-Bruxelles : De Boeck & Larcier s.a.

• Astolfi, J-P. Develay, M. (1998). La didactique des sciences. Que sais-je. 5ème édition. PUF.

• Astolfi, J-P. (1998). Comment les enfants apprennent les sciences. Retz.

• Astolfi, J-P. Darot, E. Ginsburger-Vogel, Y. et Toussaint, J. (2011). Mots-clefs de la didactique des sciences. Repères, définitions, bibliographies. De Boeck. 2ème édition.



• Astolfi, J-P. Darot, E. Ginsburger-Vogel, Y. et Toussaint, J. (2011). Mots-clefs de la didactique des sciences. Repères, définitions, bibliographies. De Boeck. 2ème édition.



• Bachelard, G. (1980). La formation de l'esprit scientifiques. Vrin. Paris.

• Bédard, D. et al. (2000). Les fondements de dispositifs pédagogiques visant à favoriser le transfert de connaissances: les perspectives de «l'apprentissage et de l'enseignement contextualisés authentiques». ResAcadeica. Vol. 18 (1 & 2).

• Benyamna, S. (1990). Tendances des recherches en didactiques des sciences physiques. In. Revue ATTADRISS. Spécial N°15. La didactique des sciences. Rabat : Faculté des sciences de l'éducation. Université Mohamed V.

• Bosman, C. & al. (2000). Quel avenir pour les compétences? Ed. De Boeck.

• Broussou, G. (1986). Fondement et méthodes de la didactique des mathématiques. In. Recherches en Didactique des mathématiques. Vol 7. n°2. Editions la pensée Sauvage, Grenoble, 1986.

• Chemin, N. (2004). Les apports de la modélisation dans l'acquisition des connaissances en astronomie. IUFM Orléans-Tours.

• Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble : La pensée sauvage Editions.

• Coisne, S. (2004). Que valent les manuels scolaires? La recherche. In. L'actualité des sciences. N°378.

• Conseil supérieur de l'éducation, la formation et la recherche scientifique. (2015). Pour une écolde de l'équité, de la qualité et de la promotion. Vision stratégique de la réforme 2015-2030. Rabat. Royaume du Maroc.

• Closset, J.C. (1983). Le raisonnement séquentiel en électrocinétique. Thèse du 3ème cycle. Université de Paris VII.

• Coquin-Viennot, D.(1989). La notion de représentation-conception au service de l'enseignement d'un concept mathématique : exemple des nombres relatifs. Dans. La psychologie scientifique et ses applications. Sous la direction de Monteil, J-M. et al. Presse universitaire de Grenoble.

• Cornu, L. et Vergnioux, A. (1992). La didactique en question. Hachette 2ducation.

• Crahay, M. et Lafontaine, D. (édit) (1986). L'art et la science de l'enseignement. Editions Labor.

• De Montmollin, M. (1986). L'ergonomie. Eiditon la découverte.

• D'Hainaut, L. (1983). Des fins aux objectifs de l'éducation : un cadre conceptuel et une méthode générale pour établir les résultat attendus d'une formation. Bruxelles : Ed. Labor. 3ème édition.

• De Rosnay, J. (1975). Le mascoscope. Ed. Seuil.

• Desautel, J. et Trempe, P-L. (sans date). Qu'est ce que la didactique? In. Textes de référence. Didactique en sciences expérimentales. CFPCPR-Rabat.

• De Vecchi, G. et Giordan, A. (1994). L'enseignement scientifique, comment faire pour que ça marche. Z'éditions, Nice.

• De Vecchi, G. et Carmona-Magnaldi, N. (2007). Faire vivre de véritables situations-Problèmes. Hachette Education.

• Develay, M. (1987). A propos de la transposition didactique en sciences biologiques. Aster, INRP. n°4.

• Develay, M. (1989). Sur la méthode expérimentale. Dans. Aster, n°8. Expérimenter, modéliser. Paris : INRP.

• Develay, M. (1992). De l'apprentissage à l'enseignement, pour une épistémologie scolaire. Collection pédagogiques. E.S.F éditeurs, Paris.

• Develay, M. (1994). Peut-on former les enseignants? Paris : ESF.

• Develay, M. (1995). De l'apprentissage à l'enseignement. Paris : ESF éditeur.

• Develay, M. (1997). Origines, malentendus et spécificités de la didactique. In: Revue française de pédagogique, volume 120, 1997. Penser la pédagogie.

• Dumas-Carre, A. (1987). La résolution du problème de physique au lycée. Thèse. Université Paris 7.

• Dumas-Carre, A. et Goffard, M. (1998). Objectivation des pratiques de tutelle d'un enseignant au cours de séances de résolution de problèmes en physique. In. Dumas Carré et Weil-Barais (Eds). Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique. Bern : Peter Lang.

• Elayech, N. (2010). Théories d'apprentissage. Université de Monastir. Thèse.

• Englebert-Lecomte, V., Fourez, G. et Mathy, Ph. (1998). Pourquoi former à l'épistémologie dans le secondaire? Le point sur la recherche en Education, 8, pp. 19-29.

• Ferry, G. (1987). Le trajet de la formation. Paris : Dunod, coll. Sciences de l'éducation.

• Fourastié, J. (1966). Les conditions de l'esprit scientifique. Paris, Gallimard.

• Fourez, G. (1996). La construction des sciences. De Boeck.

• Gagné, R.M. (1976). Les principes fondamentaux de l'apprentissage. Application à l'enseignement. Montréal: Les éditions HRW.

• Gagnon, J-C. (1974). La didactique d'une discipline. Université Lavel. Quebec. Cité par Desautels, J. et Trempe, P-L. (sans date). Qu'est-ce que la didactique? In. Textes de référence. Didactique en sciences expérimentales. CFPCPR-Rabat. (1981).

• Gaidoz, P. et Tiberghien, A. (2003). Un outil d'enseignement privilégiant la modélisation. BUP n°850. Paris. Janvier 2003.

• Gillet, P. sous la direction de). (1991). Construire la formation. Outils pour les enseignants et les formateurs. Paris : ESF éditeur.

• Giordan, A. (1978). Une pédagogie pour les sciences expérimentales. Le Centurion.

• Giordan, A. et Girault, Y. (1994). Les aspects qualitatifs de l'enseignement des sciences dans les pays francophones. UNESCO-IIPE.

• Gohau, G. (1992). Esprit déducatif versus esprit inducatif. Raisonner en sciences. Aster n°14. INRP.

• Goulet, J-P. (1994). A la recherche des fondements éducatifs d'une approche par compétences. Dans. Pédagogique collégiale, vol. 8, n°2, décembre 1994.

• Greimas, A-J. Courtès, J. (1994). Dictionnaire raisonné de la théorie du langage. Hachette.

• Hempel, C. (1972). Eléments d'épistémologie. Ed. Colin.

• Huberman, M. (Ed.). (1988). Assurer des apprentissages scolaires? Les propositions de la pédagogique de maîtrise. Lausanne : Delachaux et Niestlé.

• Jacob, F. (1970). La logique du vivant. Ed. Gallimard.

• Jasmin, B. (1973). Problématique possible de la didactique. Textes de références.

Didactique en sciences expérimentales-C.F.P.C.P.R. Rabat.

• Joshua, S. (1989). Le rapport à l'expérimental dans la physique de l'enseignement secondaire. Aster N°8 : Expérimenter, modéliser.

• Joshua, S. et Dupin, J-I. (1993). Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques. PUF. Paris.

• Jonnaert, P. (1988). Conflits et savoirs et didactique. De Boeck.

• Koyré A. (1973). Etudes d'histoire de la pensée scientifique. «Tel». Gallimard. Paris.

• Kuhn, T. (1983). La structure des révolutions scientifiques. Ed. Flammarion.

• Mager, R.F. (1974). Comment définir des objectifs pédagogiques. Paris : Gauthier-Villars.

• Martinand, J.-L. (1996). La didactique des sciences et de la technologie et la formation des enseignants. Notes d'actualité. Les cahiers du CeRF n°4. In : Recherche(s) et Formation des Enseignants. Sept. 96.

• Meirieu, Ph. (1988). Apprendre... oui mais comment». Editions ESF. Deuxième édition. au savoir. De Boeck.

• Thuillier, P. (1972). Jeux et enjeux de la science. Ed. Lafond.

• Viennot, L. (1979). Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire. Paris : Herman.

• Vuilleumier, B. (1985). La philosophie silencieuse dans la formation des enseignants. In. 7èmes journées internationales sur l'éducation scientifique. Chamonix.

# Biblioweb


• https://www.mathsbook.fr

• https://www.maxicours.com

• https://www.mathovore.fr

• https://www.maths-et-tiques.fr

• https://www.maths-inter.ma

• Bächtol, M. (2014). Les fondements constructivistes de l'enseignement des sciences basé sur l'investigation. Tréma (En ligne), 38/2012, mis en ligne le 01 décembre 2014. URL: http://journals.openedition.org/trema/2817.

• Bardou, A. (2010). La démarche scientifique. Réflexions et propositions d'activités. In. https://animation.hepvs.ch/sciences-de-la-nature/.../ la_demarche_scientifique.pdf.

• Clerc, J-B. Minder, P. et Roduit, G. (2006). La transposition didactique. In. http://lyonelkaufmann.ch/histoire/MHS31Docs/Seance1/TranspositionDidactique.pdf.

• Driver, R. Asoko, H. Leach, J. Mortimer, E. et Scott, P. (1994). Constructing scientific knowledge in the classroom, Educational Researcher, 23 (7), 1994, p. 5-12. Cité par Bächtol, M. (2014). Les fondements constructivismes de l'enseignement des sciences basé sur l'inverstigation. Tréma (En ligne), 38/2012, mis en ligne le 01 décembre 2014. URL : http://journals.openedition.org/trema/2817.

• El Jamali, S. Mrabet, B-M. El Kouali, M. et Talbi, M. (2009). Quel est l'intérêt des enseignants marocains pour l'épistémologie et l'histoire des sciences? Revue internationale de pédagogique de l'enseignement supérieur (En ligne), 25-1/2009, mis en ligne le 17 avril 2009. URL : http://ripes.revues.org/72.

• Giordan, A. (1995). Les conceptions de l'apprenant comme tremplin pour l'apprentissage. In. http: www.andregiordan.com/articles/apprendre/conceptionapprenant.html

• Maarouf, A. (2010). La didactique des sciences: Genèse et évolution. (Traduit de

l'arbre). Le blog d'éducation et de formation.

http://sfijdida.over-blog.com/article-61772718.html.

• Martinand, J-L. (2016). «Point de vue V - Didactique des sciences et techniques, didactique du curriculum», Education et didactique (En ligne), 8-1/2014, mis en ligne le 15 septembre 2016.

http://journals.openedition.org/educationdidactique/1886.

• Meirieu, P. (1997). L'école et les parents : la grande explication.

http://www.meirieu.com/LIVRESEPUISES/ecoleetparents.pdf.

• Riopel, M. (2013). Epistémologie et enseignement des sciences. In.

http://sites.google.com/site/epistemologieenseignement/

• Solé, A. Laroche, P. et Gungor/Niam, S. (2011). Jean Piaget. theorie de l'apprentissage. Le Constructivisme. Université de Paris Ouest Nanterre.

memorandum-ipfa13.wideo.com/documents/Piaget.doc

• Vergnaud, G. (1989). La formation des concepts scientifiques. Relire Vigotsky et débattre avec lui aujourd'hui. Percée. Enfance.volume 42, n°1. http://www.persee.fr/doc/enfan_0013-7545_1989_num_42_1_1885.

• Zouari, Y. (2016). Pédagogique et didactique à l'épreuve de la modernité. Questions Vives (En ligne), Vol. 4 n°13/2010, mis en ligne le 01 janvier 2011. http://questionsvives.revues.org/237.

# *Livres de Mathématiques*


- Claude FElloneau, 3e les fichiers vuibert, Maths, Vuibert 2002.
- Joel Malaval et al, transmath 3e, Nathan 2012.
- J. Abderrahmane et, al mohite en mathématique, Sogeliv-Somadil, Edition 2005.
- Jacqueline borréni et al, Maths 3e, Magnard 2003.
- Francoise Van dieren, Maths Première - Manuel - De boeck. Bruxelles, 2011.
- Livret Maths 3e seconde - Partie B exercices.
- Marc Boullis et al, Myriade Mathématiques 3e, Bordas, 2012.
- Laure Brotreaud et al, Delta Maths 4e, Magnard, 2016.
- Gérard Bonnefond et al, Mathématiques 3e, hatier 1993.