MINETFOP - OBC

SESSION 2004

Epreuve de Mathématiques

EXAMEN : Baccalauréat $F_{1...5 - CI}$

Durée : 3 heures

Coefficient : 3

Instructions :

- L'utilisation des calculatrice scientifiques et du matériel de géométrie courant (règle, équerre …) est autorisée
- Le soin apporté aux tracés des figures entre dans l'évaluation de la copie

Exercice 1 : / 5 points

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 4iz - 5 = 0$ 1 pt

2. Dans le plan affine euclidien muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$,

   on définit les point F et F' de coordonnées respectives (1 ; 2) et (-1 ; 2)

   a) Déterminer les coordonnées de F et F' dans le repère $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ où Ω est le milieu du segment [FF'']. Puis calculer la distance FF' = 2c où $c \in IR_+$ 1 pt

   b) Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan (P) vérifiant la relation MF + MF' = 6.

   Quelle est la nature de (Γ) ? Donner l'équation de (Γ) dans le repère $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ 0,75 pt

   Déterminer les foyers, les directrices et l'excentricité de (Γ). 1,25 pt

   c) Construire (Γ). 1 pt

Exercice 2 : / 4 points

L'espace est muni d'un repère affine orthonormé (O, I, J, K). Soit M le point de coordonnées (1 ; m ; 2) et (S) la sphère de centre M et de rayon 3.

1. Donner une équation cartésienne de (S) en fonction du paramètre m. 1 pt
2. Déterminer une équation cartésienne du plan (I, J, K) 1 pt
3. Calculer en fonction de m la distance du point A au plan (I, J, K) 1 pt
4. En déduire les valeurs de m pour lesquelles la sphère (S) est tangente au plan (I, J, K) 1 pt

Problème : / 11 points

Dans tout le problème, ln désigne le logarithme népérien.

1. On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie par : $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x$.
   a) Donner le domaine de définition de g. 0,25 pt
   b) Etudier les variations de g et en déduire que : pour tout x de Dg, $g(x) > 0$ 0,75 pt
2. Soit la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = x + 1 + \frac{2\ln x}{x}$
   a) Donner le domaine de définition de f. 0,5 pt
   b) Etudier les variations de f (dérivée, sens de variation, limites aux bornes, tableau de variations) 2 pts
3. On désigne par (C) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 2 cm.
   a) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe (C). 0,5 pt
   b) Déterminer le point B de (C) où la tangente est parallèle à la droite (Δ) 0,75 pt
   c) Déterminer le point d'intersection avec l'axe $(O, \vec{j})$ de la tangente (T) à la courbe (C) au point A d'abscisse 1. 0,75 pt
   d) Construire (T) , B et (C). 1,75 pt
4. a) Montrer que f est une bijection de IR_+ sur IR. 0,5 pt
   b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ a une solution unique α comprise entre $\frac{1}{2}$ et 1 0,5 pt
   c) Construire dans le même repère que (C) la courbe (C') représentative de la fonction f^{-1} réciproque de la fonction f. 1 pt
5. Calculer l'aire A en cm², du domaine plan limité par la courbe (C) et les droites d'équations $y = x + 1$; $x = 1$ et $x = e$ 1 pt