COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 e-mail : collegevogt@yahoo.fr	Année scolaire 2021-2022	
	BACCALAURÉAT BLANC N° 3	
	ÉPREUVE DE MATHEMATIQUES	
	Durée : 4H	17 MAI 2022
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES	Coefficient : 2	SÉRIE : D-TI

A. EVALUATION DES RESSOURCES [15,50 POINTS]

EXERCICE 1 : [03,50 POINTS]

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2z + 2 = 0$. [0,5pt]
2) En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $(-iz + 3 + 3i)^2 - 2(-iz + 3 + 3i) + 2 = 0$ [1pt]
3) Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B, C et I d'affixes respectives $z_A = 1 + i$, $z_B = 1 - i$, $z_C = 2 - 2i$ et $z_I = 3$.
   a) Démontrer que le point A appartient au cercle de centre I et de rayon $R = \sqrt{5}$. [0,5pt]
   b) Calculer $\frac{z_C - z_I}{z_A - z_I}$, en déduire la nature exacte du triangle AIC. [0,5pt]
   c) s est la similitude directe du plan de centre O qui transforme A en C. Déterminer le rapport et l'angle de s. [1pt]

EXERCICE 2 : [04,00 POINTS]

I) On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ à termes positifs définie par : $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$ et $u_1 = 1$.

1) Calculer u_2 et u_3. Donner les résultats sous la forme 2^α où α est un réel. [0,5pt]
2) Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie par $v_n = \ln u_n - 2\ln 2$.
   a) Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison. [0,5pt]
   b) Exprimer v_n, puis u_n en fonction de n. [0,75pt]
   c) Calculer la limite de u_n quand n tend vers $+\infty$. [0,25pt]

II) On considère l'équation différentielle $(E): y' - 2y = e^{2x}$.

1) Vérifier que la fonction $u(x) = xe^{2x}$ est une solution de l'équation (E). [0,5pt]
2) Résoudre dans IR l'équation différentielle $(E'): y' - 2y = 0$. [0,5pt]
3) Démontrer qu'une fonction v est solution de (E) si et seulement si $v - u$ est solution de (E'). [0,5pt]
4) En déduire toutes les solutions de l'équation (E). [0,5pt]

EXERCICE 3 : [05,00 POINTS]

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x}{e^x - x}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, l'unité graphique est de **2 *cm*** sur l'axe des abscisses et de 5 cm sur l'axe des ordonnées.

1) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - x - 1$.
   a) Etudier les variations de g sur $\mathbb{R}$, et dresser son tableau de variations. [1pt]
   b) En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$. [0,25pt]
2) a) Justifier que f est définie pour tout réel x. [0,5pt]
   b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f(x) = \frac{1}{xe^{-x} - 1}$. [0,5pt]
   c) Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. [0,5pt]
3) a) Montrer que pour tout réel x $f'(x) = \frac{(1-x)e^x}{(e^x - x)^2}$, puis dresser son tableau de variations de f. [1pt]
4) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 0. [0,5pt]
5) Tracer la droite (T), les asymptotes et la courbe (C_f). [1pt]

EXERCICE 4 : [03,00 POINTS]

On lance un dé tétraédrique dont les 4 faces portent les numéros 1, 2, 3 et 4 et on lit le numéro de la face cachée. Pour $i \in \{1; 2; 3; 4\}$, on note P_i la probabilité d'obtenir le nombre i sur la face cachée. Ce dé est pip de sorte que P_1, P_2, P_3 et P_4 soient dans cet ordre les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison 2.

1) a) Montrer que $P_1 = \frac{1}{15}$. **[0,75p**

b) Déterminer P_2, P_3 et P_4. **[0,75pt**

2) On lance cinq fois de suite ce dé et on note X la variable aléatoire égale au nombre de numéros pairs obtenus à l'issue des cinq lancers.

a) Déterminer l'univers-image $X(\Omega)$ de la variable aléatoire X. **[0,5p**

b) Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux numéros pairs à l'issue des cinq lancers. **[0,5p**

c) Calculer l'espérance mathématique de X. **[0,5p**

B. EVALUATION DES COMPETENCES [04,50 POINTS]

Compétences à évaluer : estimer une quantité, déterminer le plus court chemin entre deux localités et calculer une surface.

SITUATION : M. Kenne est propriétaire d'un véhicule qu'il conduit depuis quelques années déj Durant les six dernières années, il a relevé la distance parcouru par son véhicule lorsque le réservoir d'essenc est plein et a obtenu le tableau suivant.

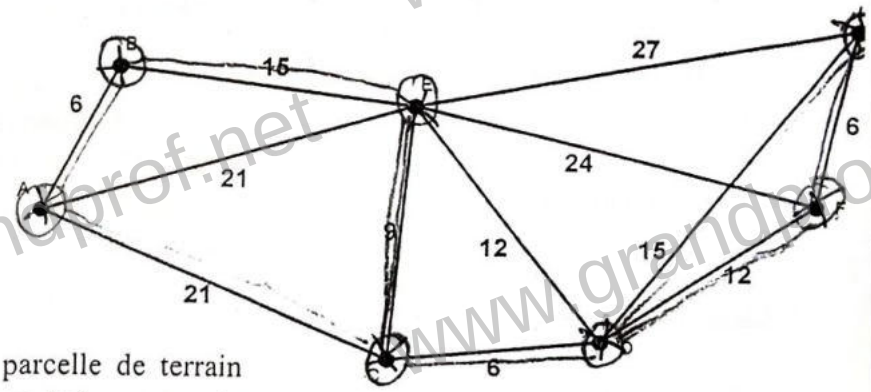
Année	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6
Distance en km (y_i)	800	755	780	690	654	620

Avec le temps le moteur de son véhicule s'est dégradé et M. Kenne estime que si avec le réservoir plein il ne peut parcourir que 500 kilomètres, alors il devra changer de moteur.

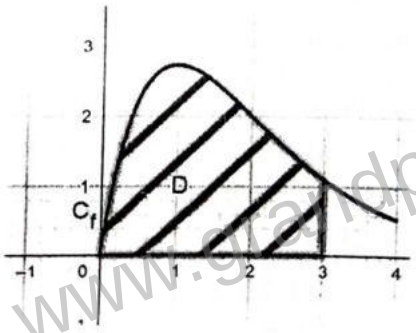
Aujourd'hui, M. Kenne transporte six passagers qui sont montés dans le véhicule dans la ville A et qu'i doit déposer dans les villes B, C, D, E, F et G.

Le graphe ci-contre représente un plan de la ville avec les distances en kilomètres séparant chacune d'elles lorsqu'il possible d'aller de l'une à l'autre.

Avec le volume d'essence dans son réservoir, M. Kenne pense pouvoir parcourir exactement 55 km avant de tomber en panne sèche.



M. Kenne envisage l'achat d'une parcelle de terrain des activités agraires. Son ami M. Mvogo lui propose le terrain ci-contre (domaine D) délimité par : un cours d'eau dont une partie du tracé est représentée par la courbe de la fonction $f: x \mapsto xe^{2-x}$; une route représentée par l'axe des abscisses d'équation $y = 0$; les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$. L'unité graphique est le décamètre. Avant de l'acheter il voudrait connaitre l'aire de ce terrain.



Tâches :

1) Si la dégradation du moteur continue de manière uniforme, en quelle année est-ce que M. Kenne devra changer de moteur ? **[1,5pt]**

2) Proposer à M Kenne un itinéraire lui permettant de déposer tous ses passagers à bon port avant qu'il ne soit à court d'essence, préciser sa longueur. **[1,5pt]**

3) Déterminer l'aire en m^2 du terrain que veut acheter M. Kenne. **[1,5pt]**